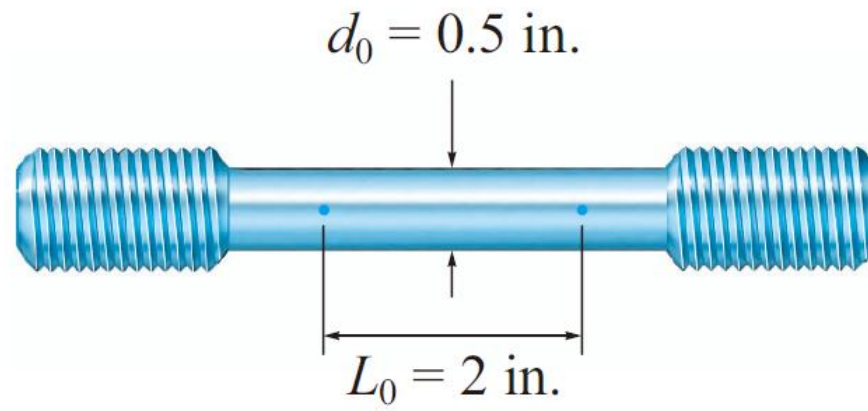


# Chapter 3

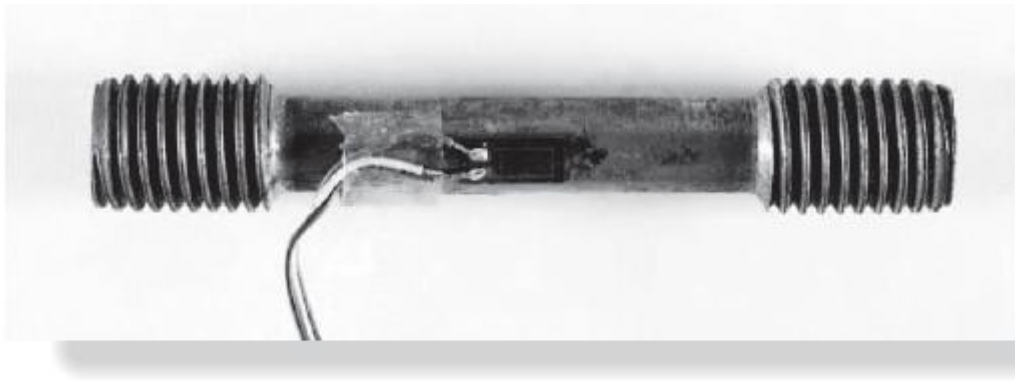
材料的機械性質

# 拉伸及壓縮試驗

- **拉伸或壓縮試驗 (tension or compression test)**：以實驗求得一些重要材料的機械性質，如材料強度與其承受載重而不致過分變形或破壞。
- 在試驗前，必須做下面的量測：試體的原始橫截面積 $A_0$ 及兩記號小洞間的**標距長度 (gauge-length)**  $L_0$ 。



 3-1



附有應變規之典型鋼材試片。

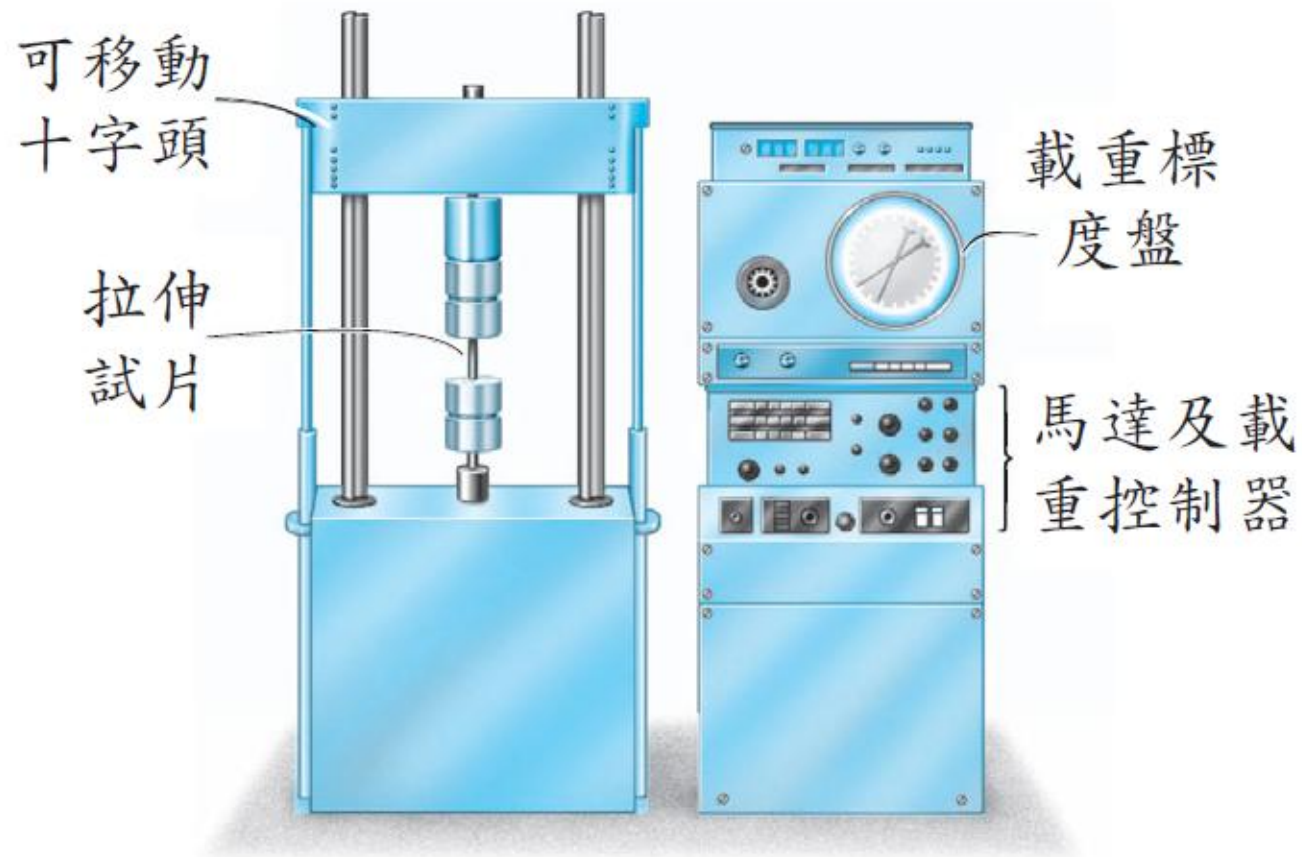
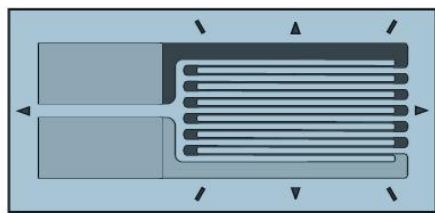


圖 3-2

- 試驗時以機器標度盤或數值輸出設備，記錄所施加的載重 $P$ 。
- 試片標記間的伸長量 $\delta = L - L_0$ ，可用卡鉗或者機械式或光學式伸長計 (extensometer) 來量測。此 $\delta$  (delta) 值便可用以計算試片的平均正向應變。



電阻應變規

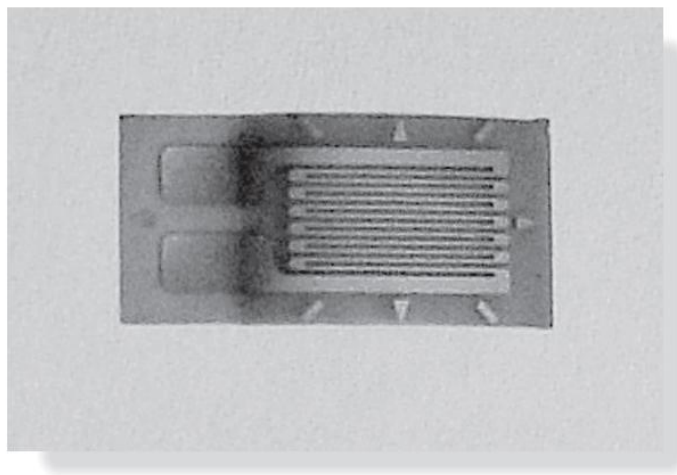


圖 3-3

# 應力－應變圖

- 傳統應力－應變圖可求得公稱應力或工程應力 (nominal or engineering stress)。
- 此計算是假設標記點間所有區域的截面上應力為常數。得

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad (3-1)$$

- 相同地，直接由應變規的讀數或將試片標距長度變化值除以試片初始標距長度 $L_0$ ，可得**公稱應變**或**工程應變 (nominal or engineering strain)**。此處應變是假設標記間所有區域之應變為常數。故

$$\epsilon = \frac{\delta}{L_0}$$

(3-2)

- 若將垂直軸為應力，水平軸為應變，將 $\sigma$ 與 $\epsilon$ 的相對數值畫出，其結果曲線稱為**傳統的應力－應變圖 (conventional stress-strain diagram)**。



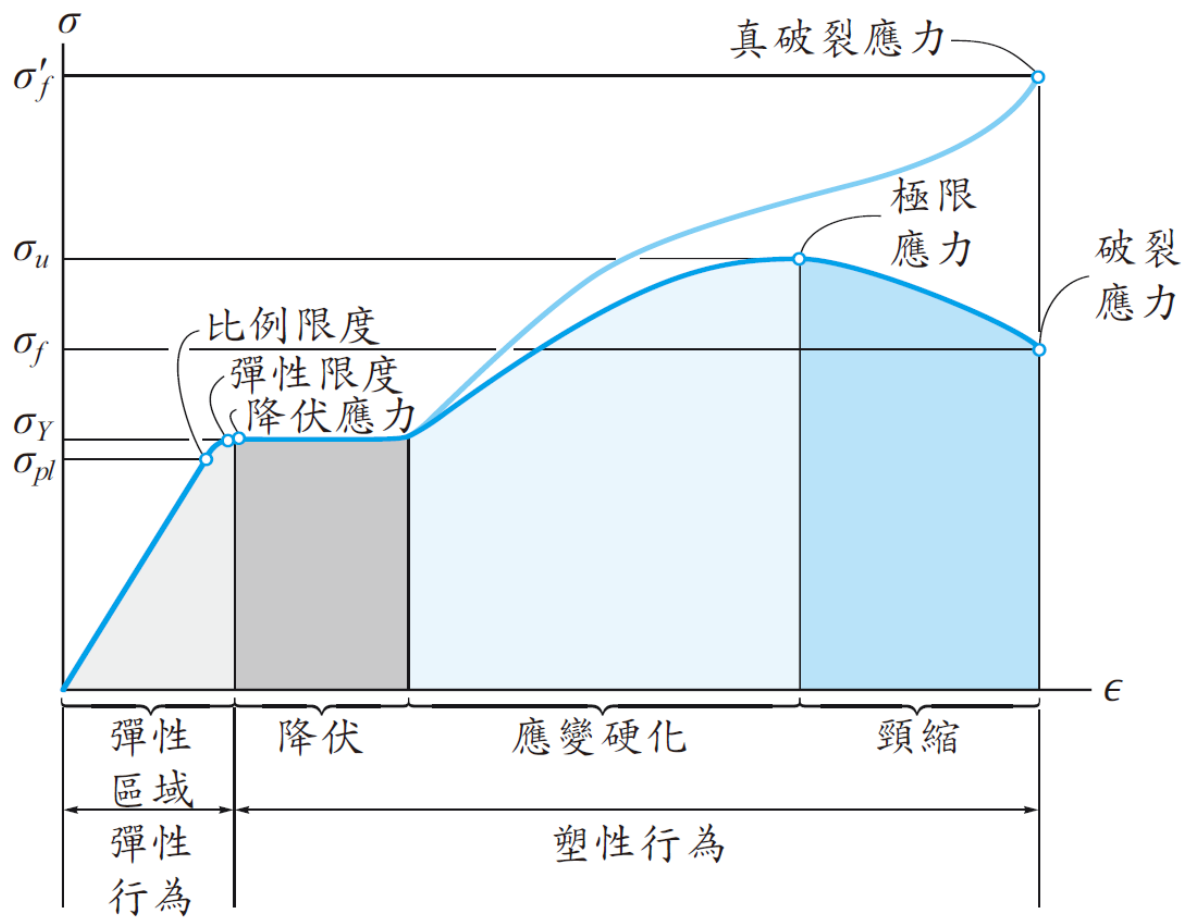


圖 3-4

# 彈性行為

- 材料的彈性行為發生於當試片的應變在圖3-4之淡灰陰影區域，可看出曲線在大部分的此區域真的為一直線，故應力與應變成正比。
- 換句話說，稱此材料為線性彈性 (linear elastic)，此線性關係的應力上限稱為**比例限度 (proportional limit)  $\sigma_{pl}$** 。
- 若應力略微超出比例限度，材料仍有彈性反應，不過曲線將彎曲變平如圖示，此現象繼續直至應力達**彈性限度 (elastic limit)**。

# 降伏

- 在彈性限度上增加一微小的應力，將導致材料破壞並造成永久變形，這種行為稱為**降伏 (yielding)**，顯示在圖上矩形深灰色區域。造成降伏的應力稱為**降伏應力 (yield stress or yield point)  $\sigma_Y$** ，而變形則稱為**塑性變形 (plastic deformation)**。
- 試體在沒載重作用下將持續伸長(應變)，如果材料是屬於這種狀態，則為**完全塑性 (perfectly plastic)**。

# 應變硬化

- 在降伏結束時，試體仍能支撐載重的增加，其曲線結果是持續上升，但是變得平坦，直到達到最大應力，我們稱為**極限應力 (ultimate stress)**  $\sigma_u$ 。
- 以這種方式的曲線上升稱為**應變硬化 (strain hardening)**，顯示在圖3-4中以淡藍區域。

# 頸縮

- 在極限應力時，試片截面積非均勻地縮減，結果是當試片更加伸長、收縮或「頸縮」將漸漸在此區形成，如圖3-5a。
- 應力－應變圖曲線向下彎曲直到試片達**破裂應力 (fracture stress)  $\sigma_f$**  斷裂，如圖3-5b。頸縮區域之曲線示於圖3-4的深藍陰影部分。

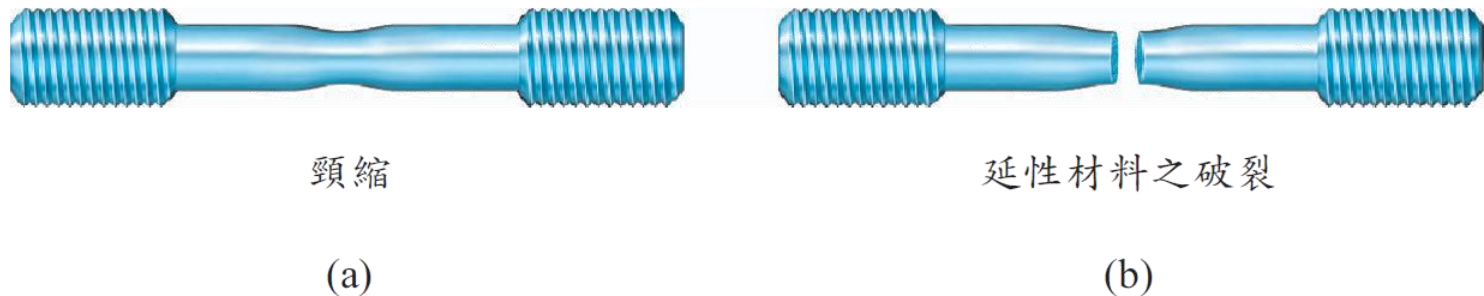


圖 3-5



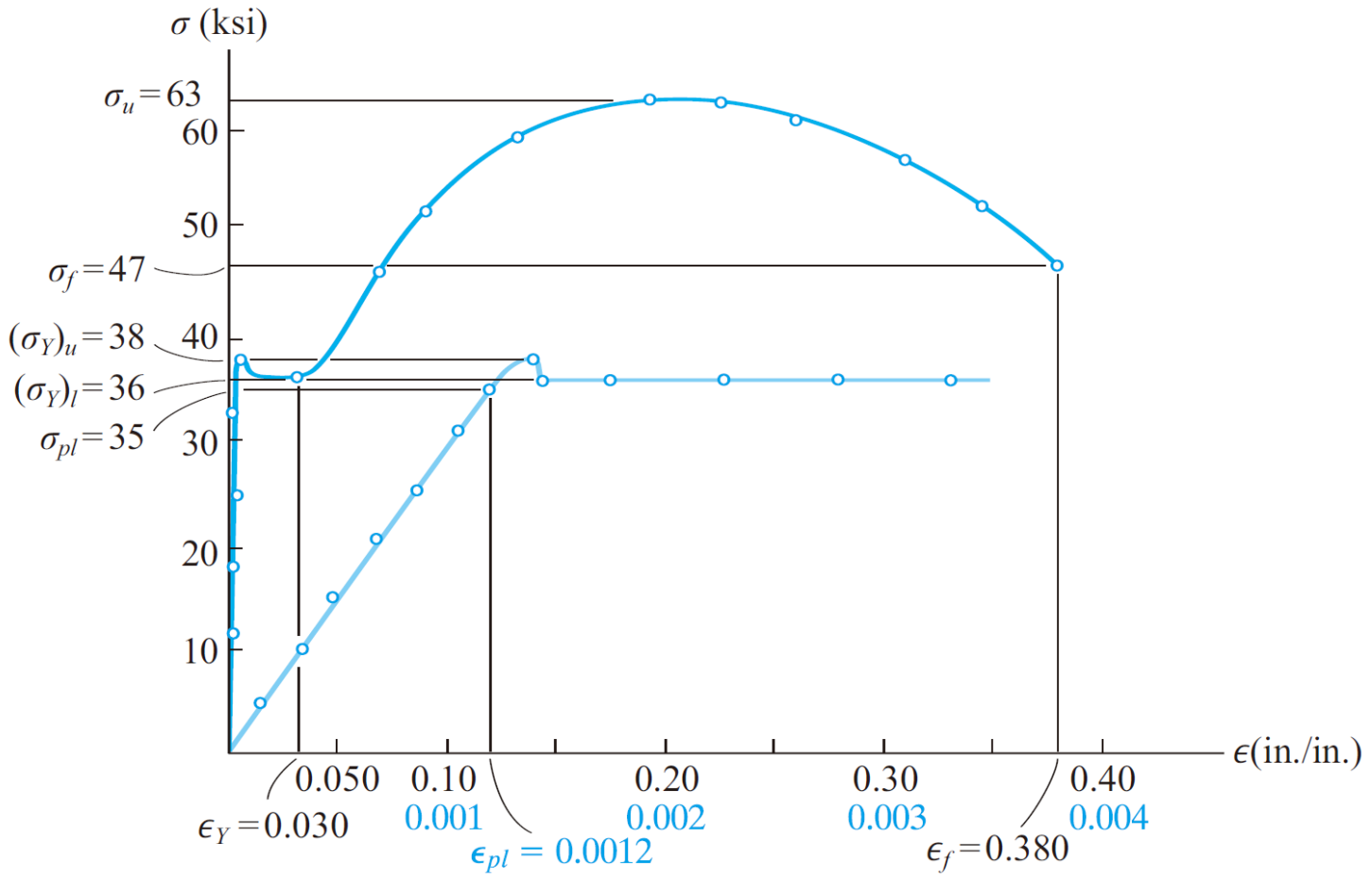
鋼試片在破裂前一刻所發生之典型頸縮形式。

# 真應力－應變圖

- 由量測所計算的應力及應變值稱為真應力及真應變 (true stress and true strain)，所繪出的圖稱為**真應力－應變圖 (true stress-strain diagram)**。



本鋼試體明顯地展示出在破壞前發生的頸縮，導致破壞處杯錐狀的形成，是韌性材料的特性。



軟鋼之應力-應變圖

圖 3-6



# 延性及脆性材料的應力－應變行為

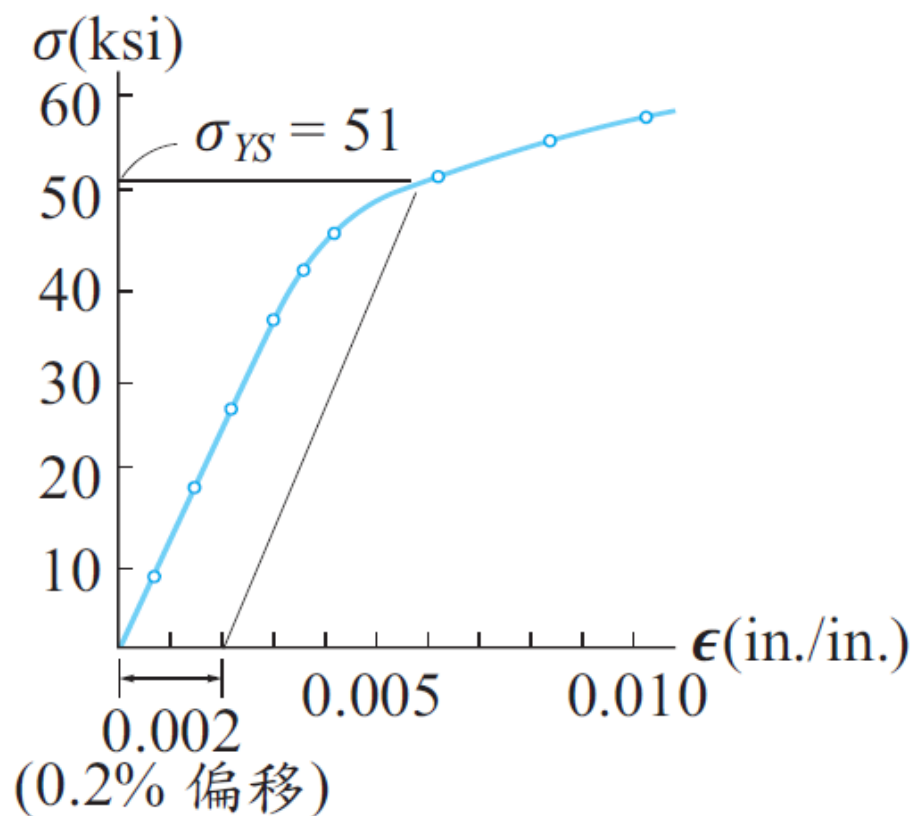
- 任何材料在破裂前可承受大應變者稱為**延性材料 (ductile material)**。
- **伸長百分比 (percent elongation)**是將試片破裂應變以百分比表示。若試片的初始標距長度為 $L_0$ 而在破裂時長度為 $L_f$ ，則

$$\text{伸長百分比} = \frac{L_f - L_0}{L_0} (100\%) \quad (3-3)$$

- 面積收縮百分比 (percent reduction in area) 是另一種確認延性的方法。此是於頸縮區域內定義如下：

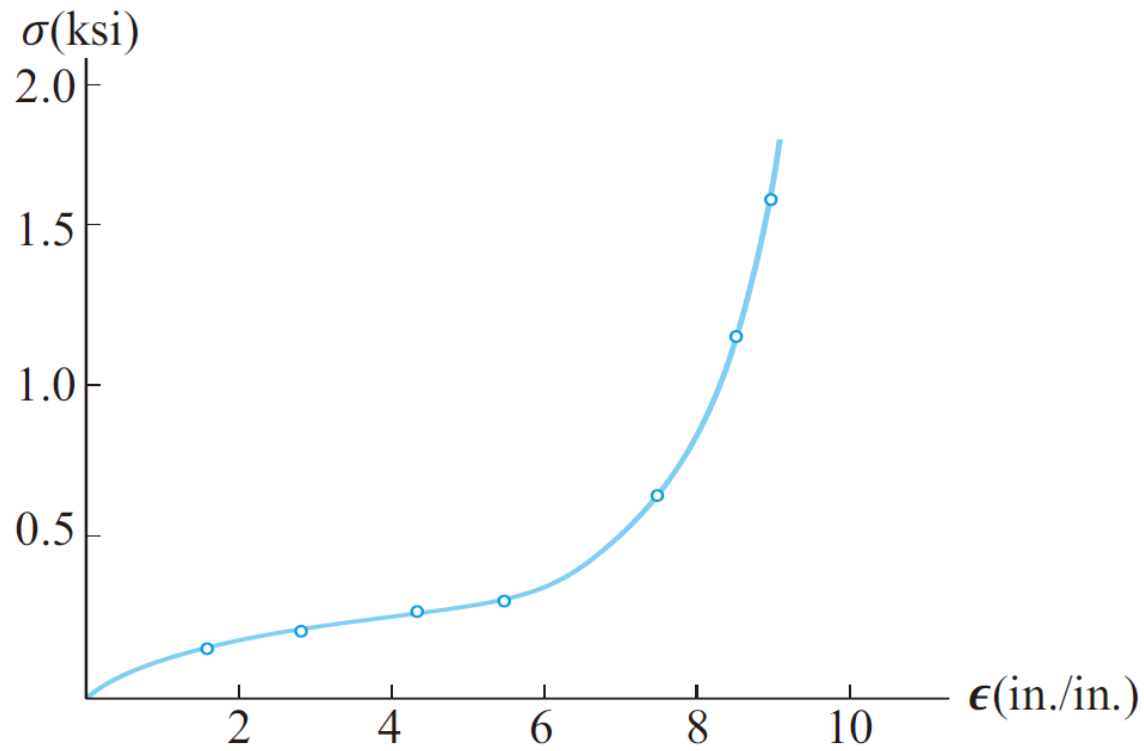
$$\text{面積收縮百分比} = \frac{A_0 - A_f}{A_0} (100\%) \quad (3-4)$$

此處 $A_0$ 是試片的初始截面積，而 $A_f$ 為破裂時的面積。軟鋼的典型值為。



鋁合金的降伏強度

圖 3-7



天然橡膠的 $\sigma$ - $\epsilon$ 圖

圖 3-8



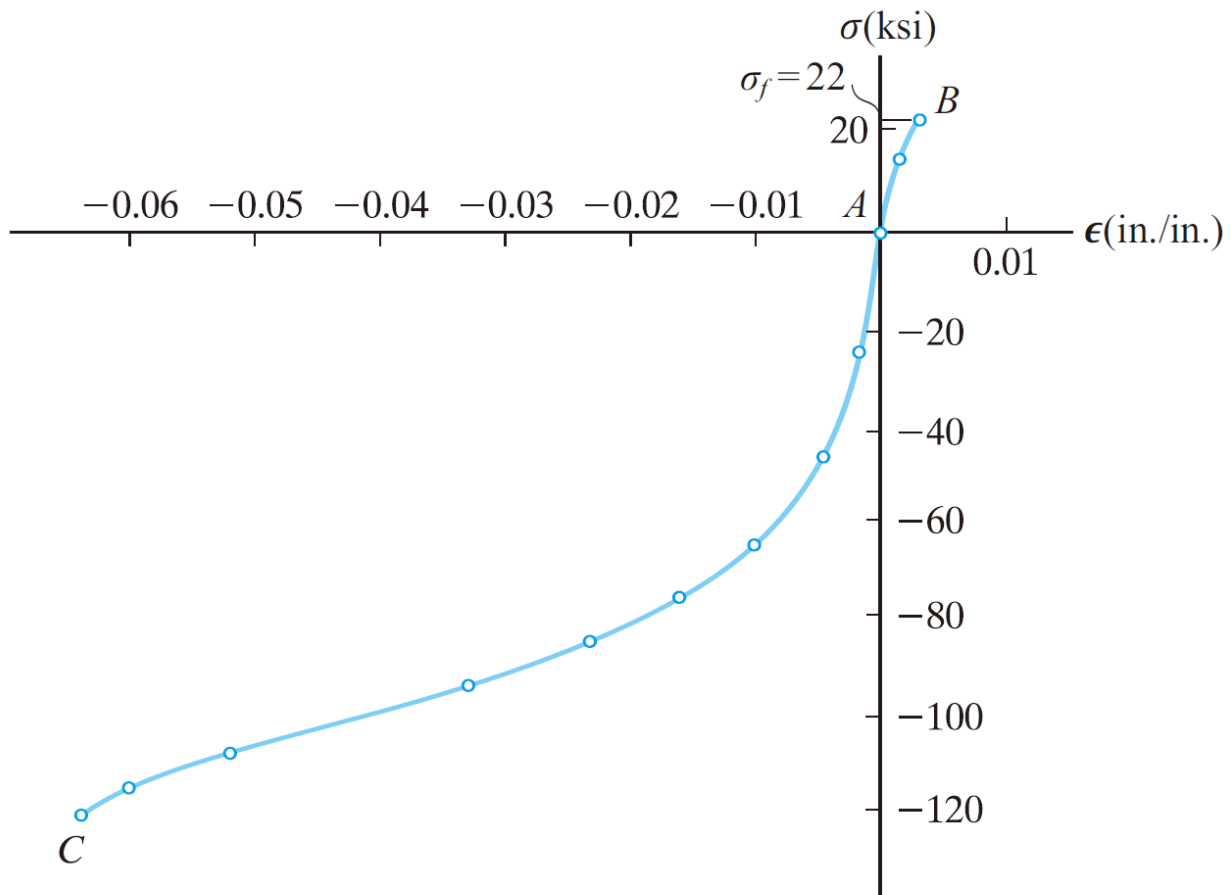
做為結構功能的混凝土必須例行做壓力試驗，以保證提供橋版必要的設計強度。圖示的混凝土圓柱體，測試養護 30 天之後壓力試驗的極限應力。



加熱時鋼快速喪失強度。基於此因，工程師常需將主結構桿件隔離以預防火災。

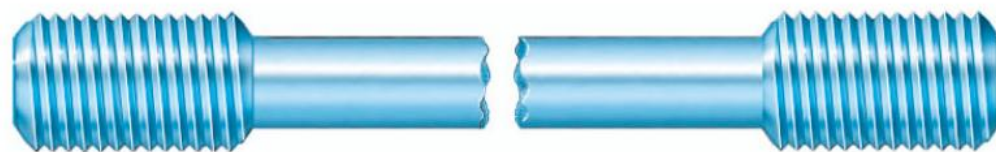
# 脆性材料

- 材料在破壞前呈現一點點或沒有降伏發生者稱為**脆性材料 (brittle material)**，灰鑄鐵即為一例，其拉伸之應力—應變圖示於圖3-9曲線的 *AB* 部分。



灰鑄鐵的  $\sigma$ - $\epsilon$  圖





脆性材料的  
拉伸破裂

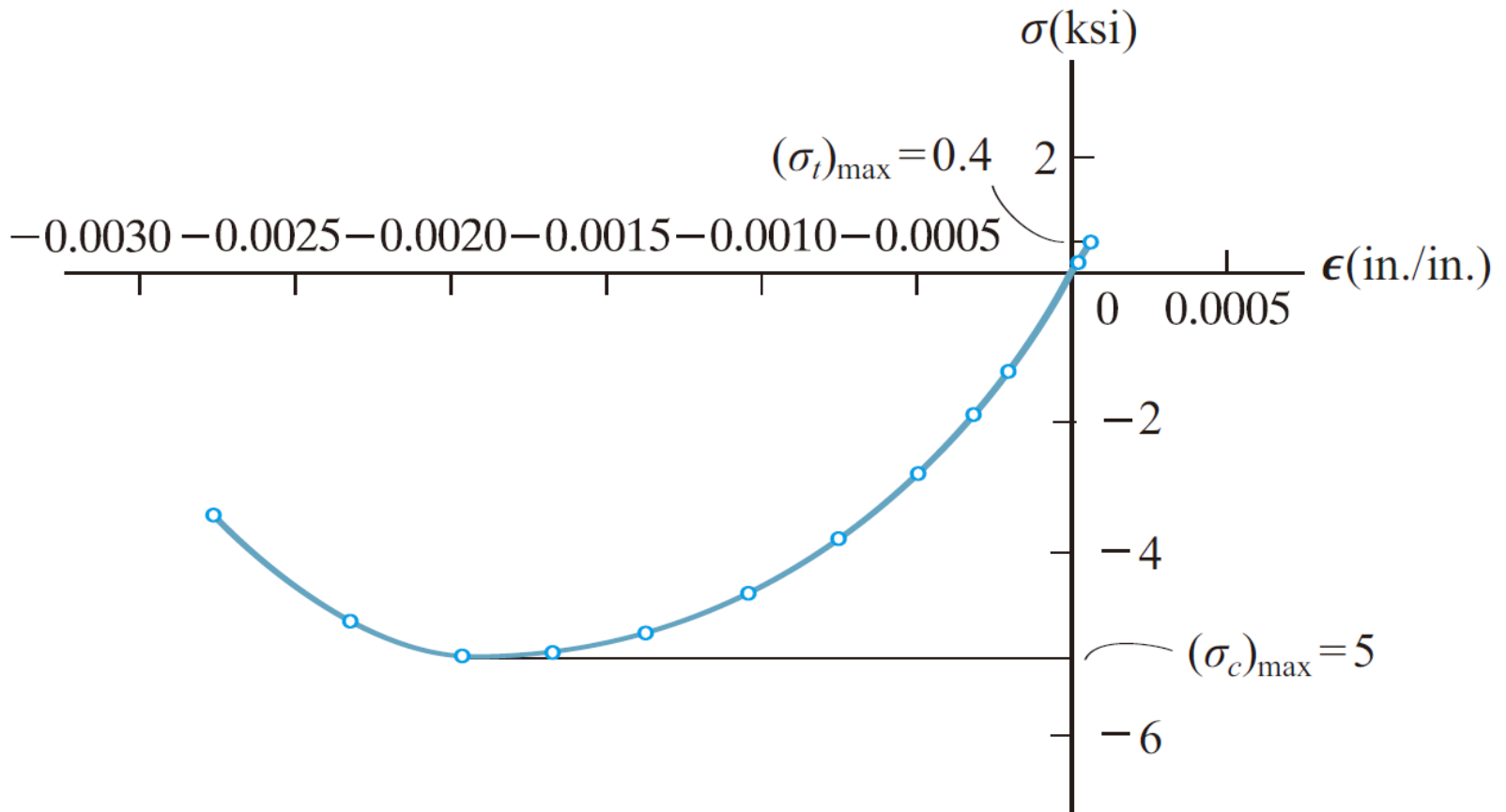
(a)

圖 3-10



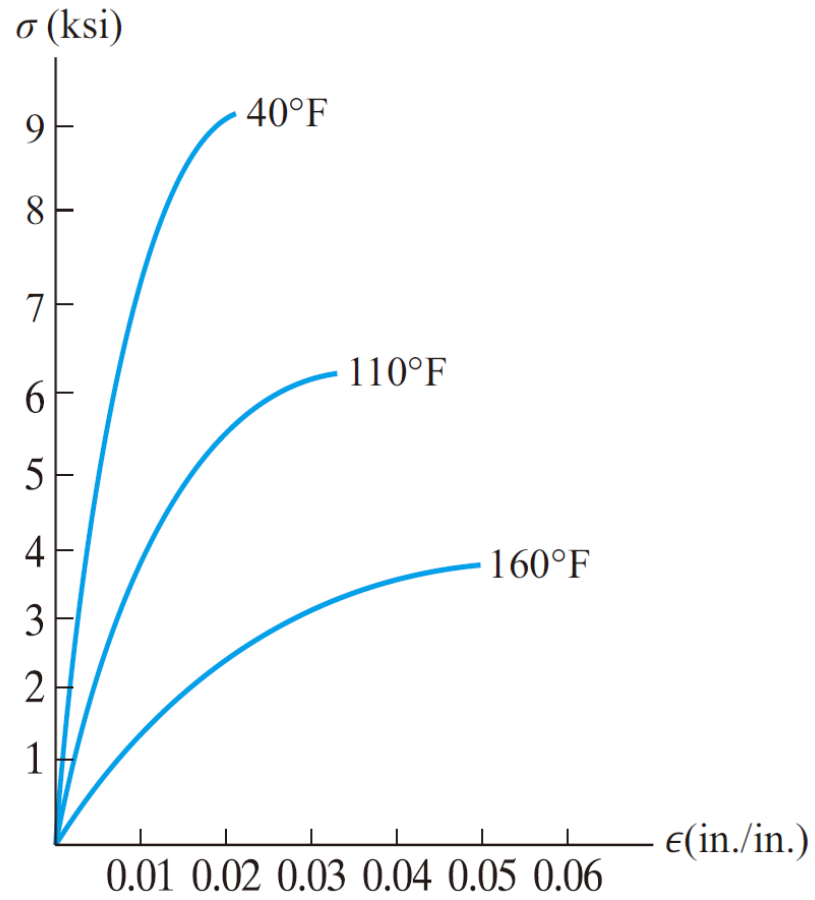
壓縮導致  
材料膨脹  
(b)

圖 3-10



典型混凝土之  $\sigma$ - $\epsilon$  圖

圖 3-11



甲基丙烯樹脂之  $\sigma$ - $\epsilon$  圖

圖 3-12

# 虎克定律

- 應力增加將導致應變成比例的增加，此現象被虎克 (Robert Hooke) 於1676年運用彈簧時所發現，稱為虎克定律 (Hooke's law)。以數學式表示為

$$\sigma = E\epsilon$$

(3-5)

此處  $E$  為比例常數，稱為**彈性模數或楊氏模數 (modulus of elasticity or Young's modulus)**，以紀念 Thomas Young 在1807年所出版的相關報告。

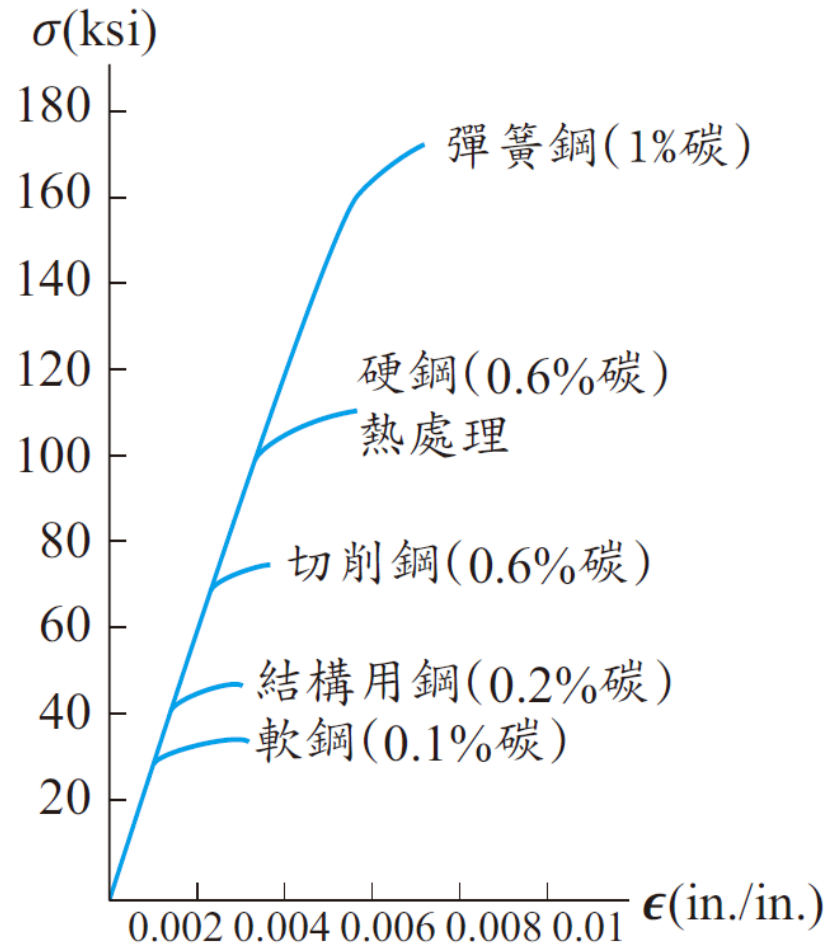


圖 3-13

# 應變硬化

- 若一延性材料試片，如鋼，承受載重直至塑性範圍然後再移除載重，則當材料回復至平衡狀態時，恢復彈性應變，留下塑性應變，以致材料造成永久變形 (permanent set)。

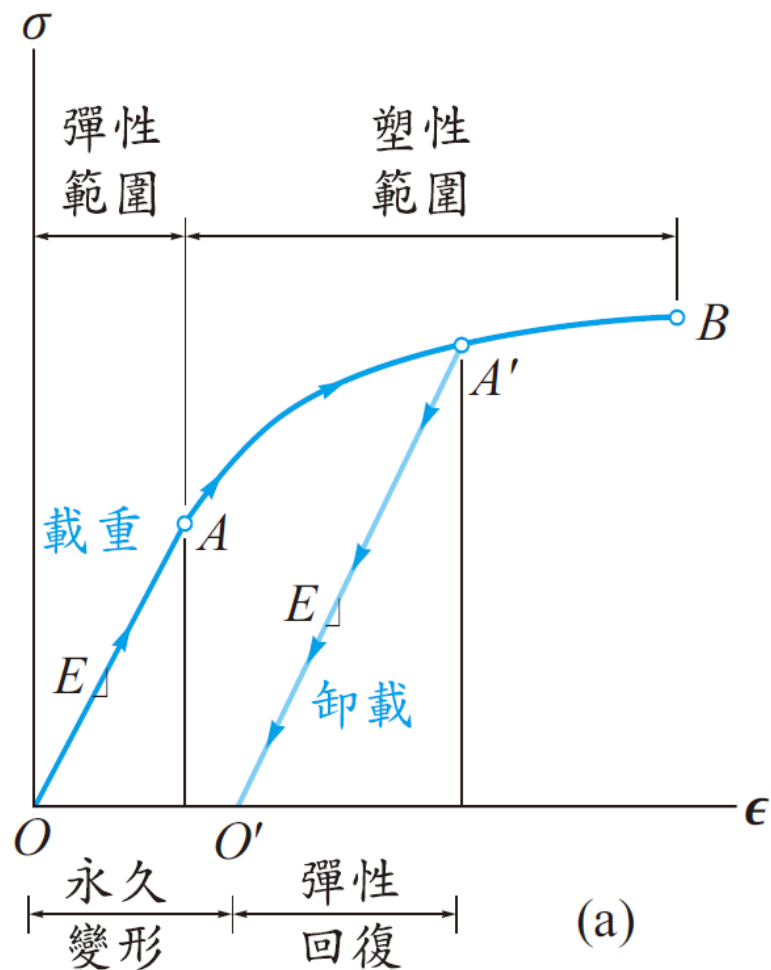


圖 3-14

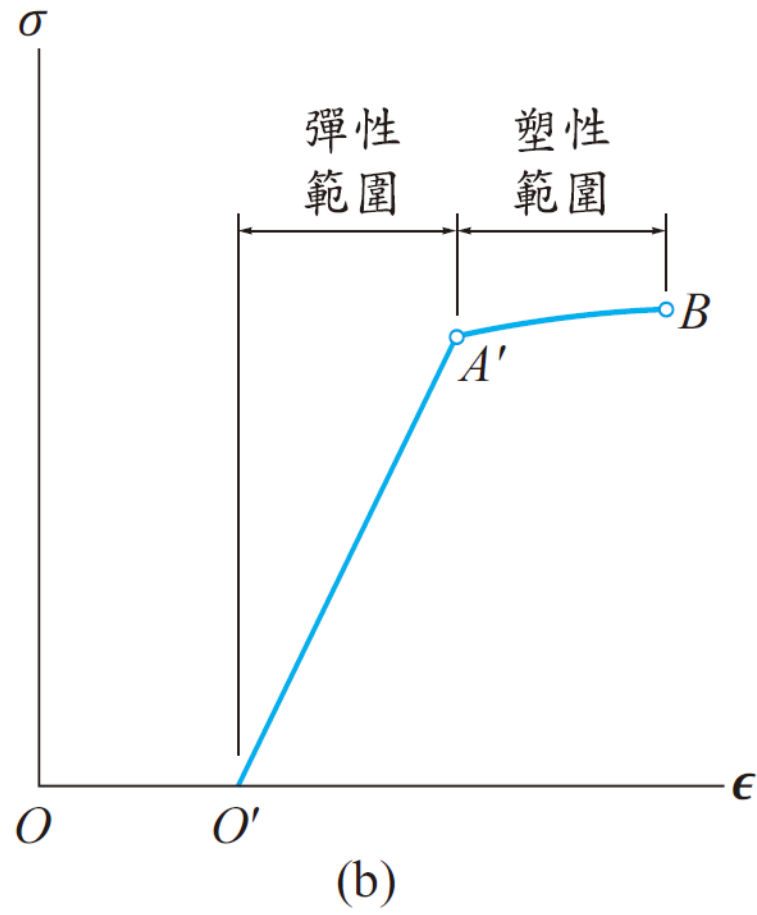


圖 3-14





本銷是用硬化鋼合金製成，其碳的成分高，  
會因脆性斷裂而破壞。

# 應變能

- 當材料承受外加載重產生變形時，會儲存能量於整個體積內。由於此能量與材料的應變有關，故稱為應變能 (strain energy)。

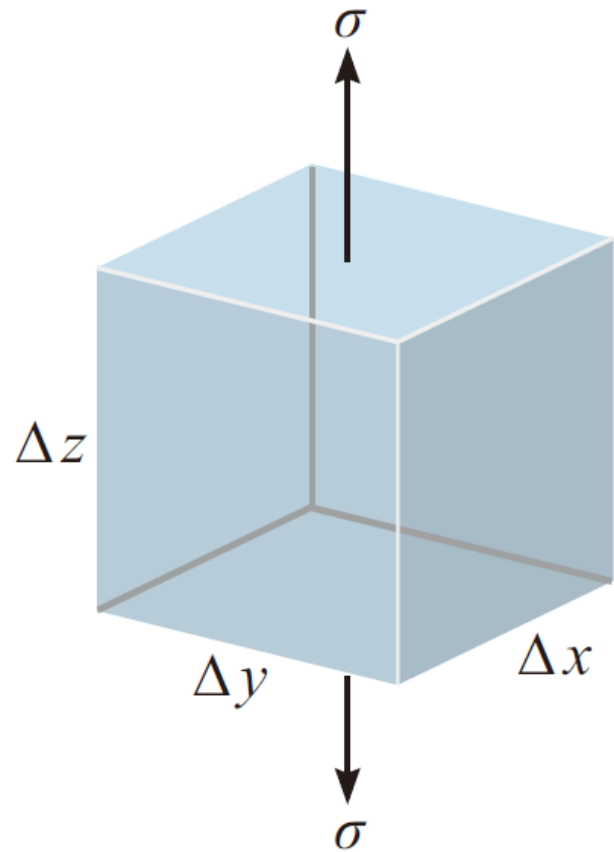


圖 3-15

- 應用上，有時使用材料的單位體積的應變能公式較為方便，此稱為應變能密度 (strain-energy density)，可表示為

$$u = \frac{\Delta U}{\Delta V} = \frac{1}{2} \sigma \epsilon \quad (3-6)$$

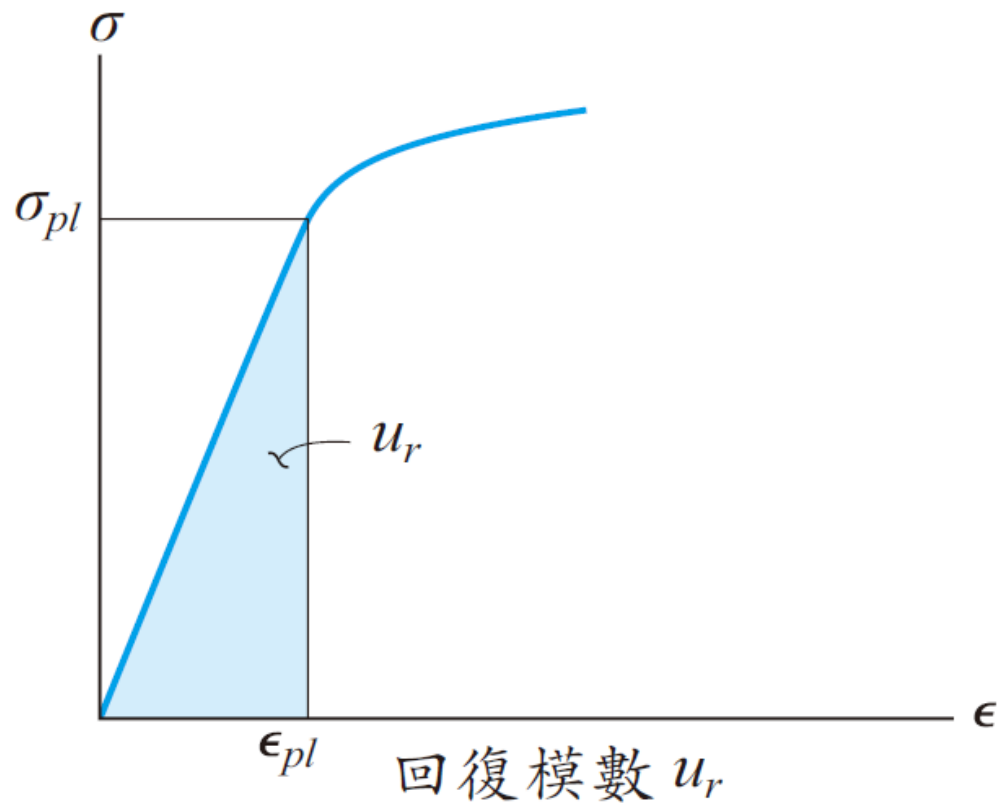
- 若材料是線彈性行為，則可用虎克定律  $\sigma = E\epsilon$ ，故應變能密度以單軸應力項表示為

$$u = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \quad (3-7)$$

# 回復模數

- 當應力  $\sigma$  達比例限度時，由 (3-6) 式或 (3-7) 式所計算的應變能密度稱為回復模數 (modulus of resilience)，亦即

$$u_r = \frac{1}{2} \sigma_{pl} \epsilon_{pl} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{pl}^2}{E} \quad (3-8)$$



(a)

圖 3-16

# 韌性模數

- 材料另一重要性質為**韌性模數 (modulus of toughness)**，此值表示圖3-16b應力—應變圖下的整個面積，故其顯示材料在破裂之前的應變能密度。

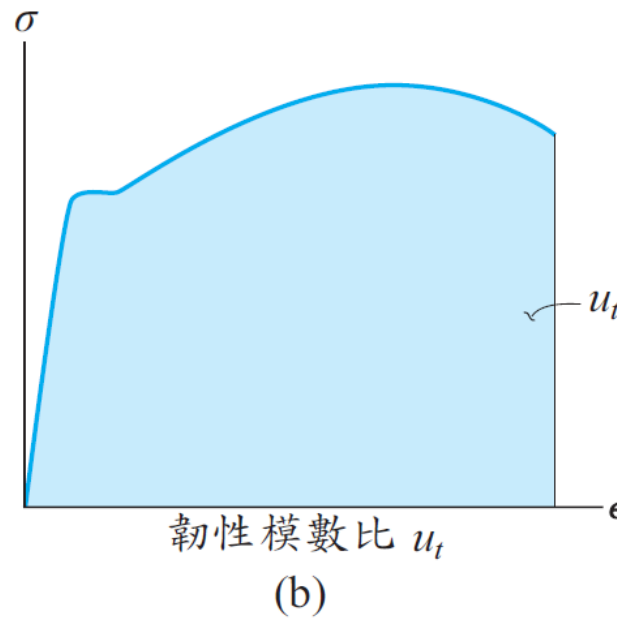


圖 3-16 (續)

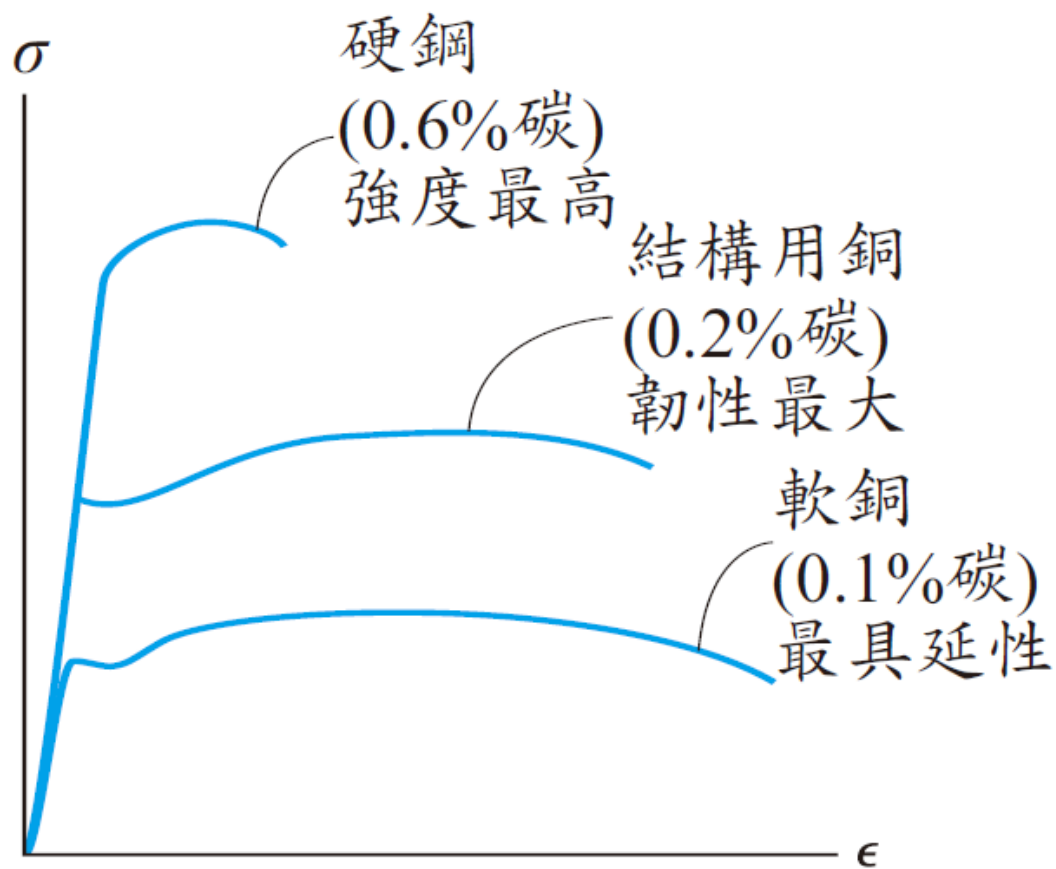


圖 3-17



此尼龍試片就在破裂之前所產生的大量頸縮顯示其韌性相當高。



# 例題3-1

一鋼合金之拉伸試驗結果示於圖 3-18 的應力－應變圖中。求彈性模數，並以 0.2% 偏移法求降伏強度。另於圖上標示極限應力及破裂應力。



# 例題3-1(續)

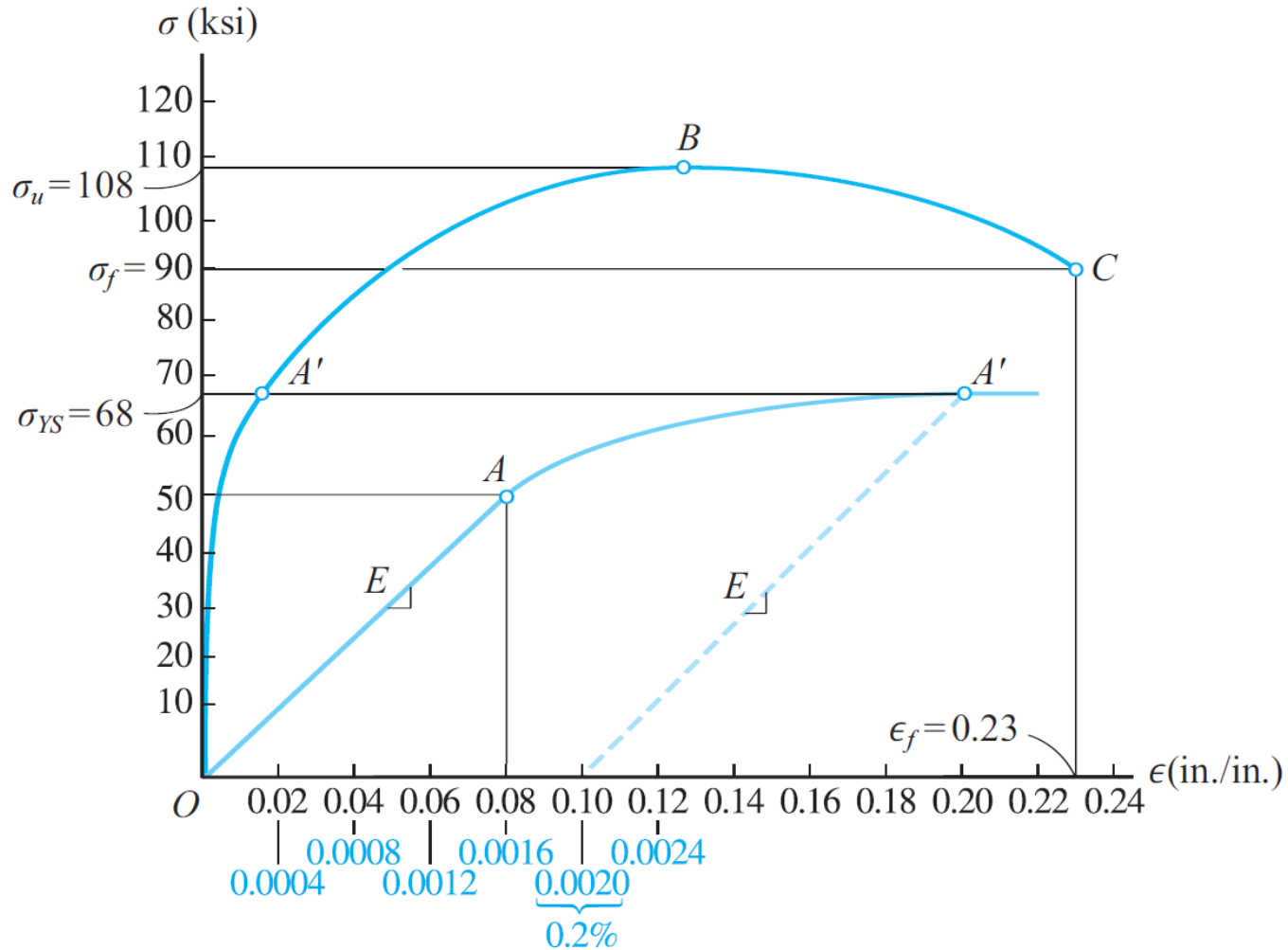


圖 3-18

# 例題3-1(續)

**解**

**彈性模數** 須計算圖中初始直線部分的斜率。將曲線比例放大以藍色表示，此線由  $O$  點延伸至估計的  $A$  點， $A$  點座標約為  $(0.0016 \text{ in./in.}, 50 \text{ ksi})$ 。所以

$$E = \frac{50 \text{ ksi}}{0.0016 \text{ in./in.}} = 31.2(10^3) \text{ ksi} \quad \blacksquare$$

注意  $OA$  線之方程式因此為  $\sigma = 31.2(10^3) \epsilon$ 。

**降伏強度** 對於 0.2% 偏移，由 0.2% 或 0.0020 in./in. 應變開始畫一延伸(虛)線與  $OA$  平行，直至與  $\sigma - \epsilon$  曲線交於  $A'$  點。降伏強度約為

$$\sigma_{YS} = 68 \text{ ksi} \quad \blacksquare$$

**極限應力** 由圖 3-18， $\sigma - \epsilon$  曲線之頂點  $B$

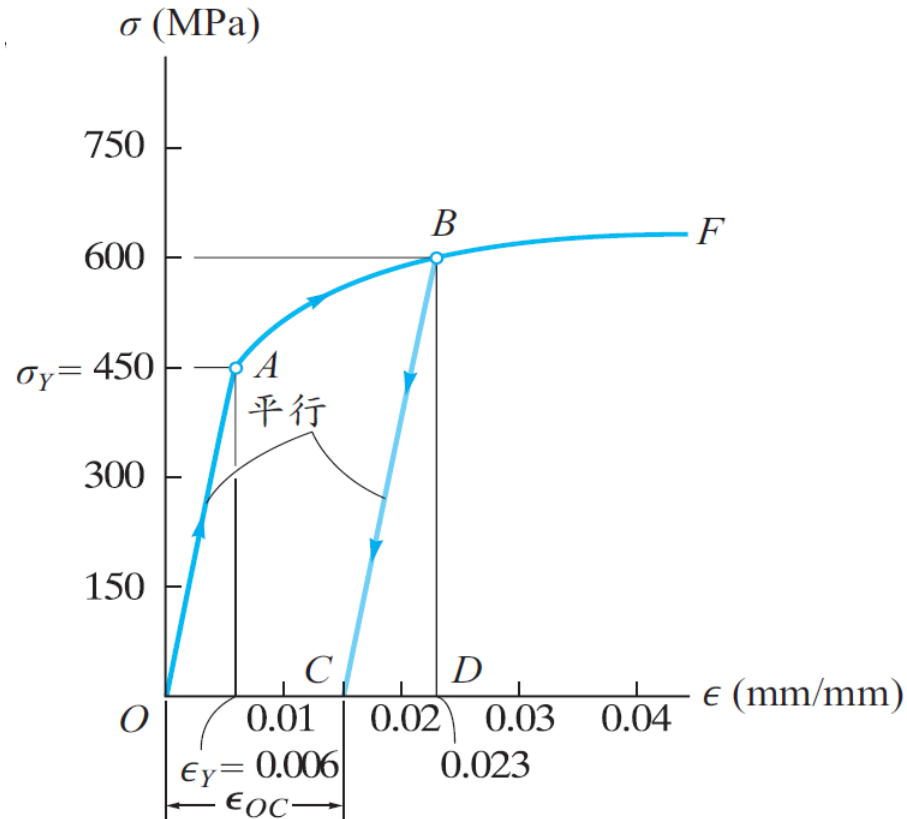
$$\sigma_u = 108 \text{ ksi} \quad \blacksquare$$

**破裂應力** 當試片拉伸至最大值  $\epsilon_f = 0.23 \text{ in./in.}$ ，破裂於  $C$  點。故

$$\sigma_f = 90 \text{ ksi} \quad \blacksquare$$

# 例題3-2

製造飛機零件的鋁合金之應力－應變圖示於圖 3-19。若此材料的試片受應力至 600 MPa，則在載重移除後，求存在於試片之永久應變。此外亦求載重作用前後的回復模數。



## 例題3-2(續)

**解**

**永久應變** 試片受到載重作用時，它應變硬化直至到達圖 3-19 的  $\sigma - \epsilon$  圖中的  $B$  點。在此點應變約為  $0.023 \text{ mm/mm}$ 。載重移除後，材料將沿與  $OA$  線平行之  $BC$  線行動。因兩直線斜率相同， $C$  點應變可解析得之。 $OA$  線斜率為彈性模數，即

$$E = \frac{450 \text{ MPa}}{0.006 \text{ mm/mm}} = 75.0 \text{ GPa}$$

由三角形  $CBD$ ，求

$$E = \frac{BD}{CD} ; 75.0(10^9) \text{ Pa} = \frac{600(10^6) \text{ Pa}}{CD}$$

$$CD = 0.008 \text{ mm/mm}$$

## 例題3-2(續)

此應變為回復之彈性應變量。故永久應變  $\epsilon_{OC}$  為

$$\begin{aligned}\epsilon_{OC} &= 0.023 \text{ mm/mm} - 0.008 \text{ mm/mm} \\ &= 0.0150 \text{ mm/mm}\end{aligned}$$

注意：若試片初始標距長度為 50 mm，則重載釋放後其標距長度將變為  $50 \text{ mm} + (0.0150)(50 \text{ mm}) = 50.75 \text{ mm}$ 。

**回復模數** 應用 (3-8) 式，得\*

$$\begin{aligned}(u_r)_{\text{前}} &= \frac{1}{2} \sigma_{pl} \epsilon_{pl} = \frac{1}{2} (450 \text{ MPa})(0.006 \text{ mm/mm}) \\ &= 1.35 \text{ MJ/m}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(u_r)_{\text{後}} &= \frac{1}{2} \sigma_{pl} \epsilon_{pl} = \frac{1}{2} (600 \text{ MPa})(0.008 \text{ mm/mm}) \\ &= 2.40 \text{ MJ/m}^3\end{aligned}$$

# 例題3-3

圖 3-20a 所示為一圓形橫截面的鋁合金桿，受到 10 kN 的軸向載重作用；若部分的應力-應變圖示於圖 3-20b，在載重施加下，求桿大約的伸長量。 $E_{al} = 70 \text{ GPa}$ 。

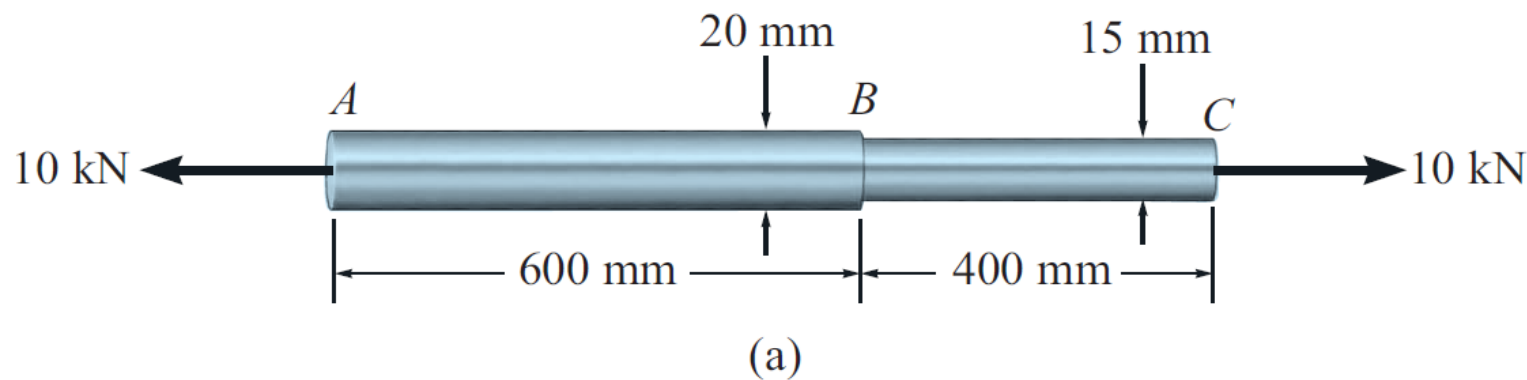


圖 3-20

# 例題3-3(續)

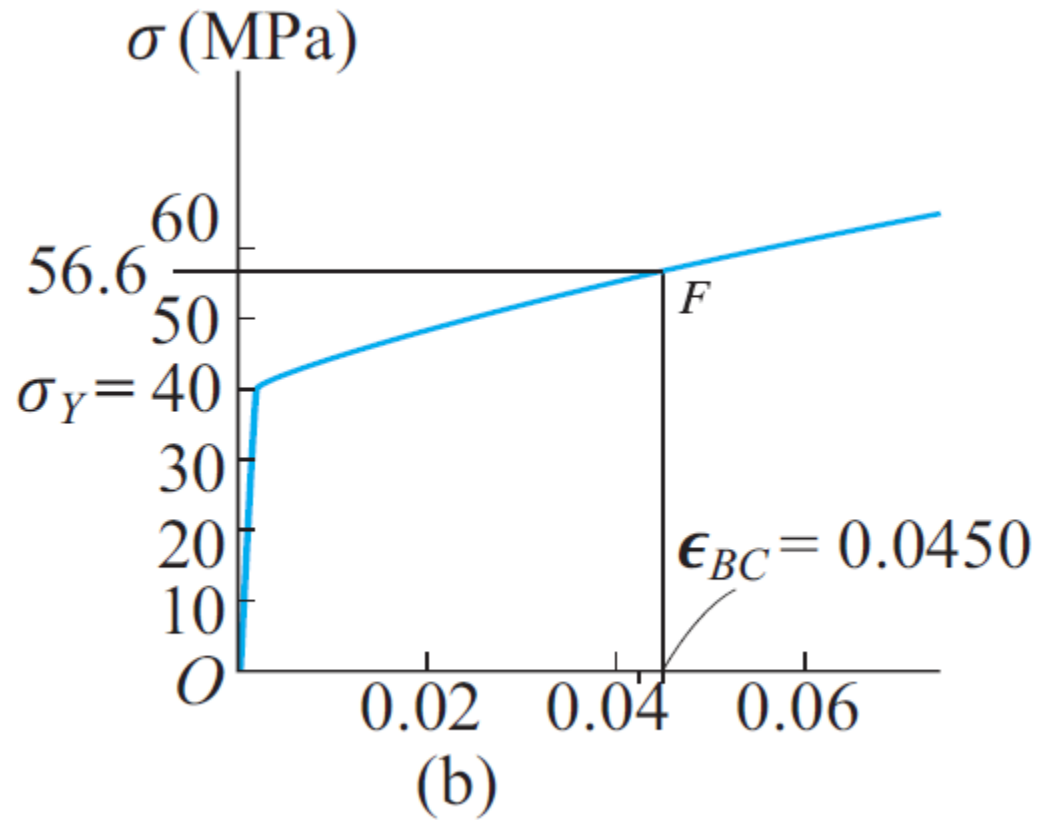


圖 3-20



## 例題3-3(續)

**解**

分析時，可不計載重作用點的局部變形，及桿件橫截面積突然改變處(這些效應將在 4.1 節及 4.7 節討論)，各段中間截面的正向應力與變形為均勻。

為了求桿的伸長量，必須得到應變。因此要從應力著手，然後利用應力-應變圖。各段的正向應力為

$$\sigma_{AB} = \frac{P}{A} = \frac{10(10^3) \text{ N}}{\pi (0.01 \text{ m})^2} = 31.83 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A} = \frac{10(10^3) \text{ N}}{\pi (0.0075 \text{ m})^2} = 56.59 \text{ MPa}$$

## 例題3-3(續)

在應力-應變圖中，因為  $\sigma_{AB} < \sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ ， $AB$  段的材料為彈性應變，利用虎克定律

$$\epsilon_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E_{al}} = \frac{31.83(10^6) \text{ Pa}}{70(10^9) \text{ Pa}} = 0.0004547 \text{ mm/mm}$$

因  $\sigma_{BC} > \sigma_Y = 40 \text{ MPa}$ ， $BC$  段的材料為塑性應變，由圖中得到，在  $\sigma_{BC} = 56.59 \text{ MPa}$  時， $\epsilon_{BC} \approx 0.045 \text{ mm/mm}$ ，所以桿的大約伸長量為

$$\begin{aligned} \delta &= \sum \epsilon L = 0.0004547(600 \text{ mm}) + 0.0450(400 \text{ mm}) \\ &= 18.3 \text{ mm} \end{aligned}$$



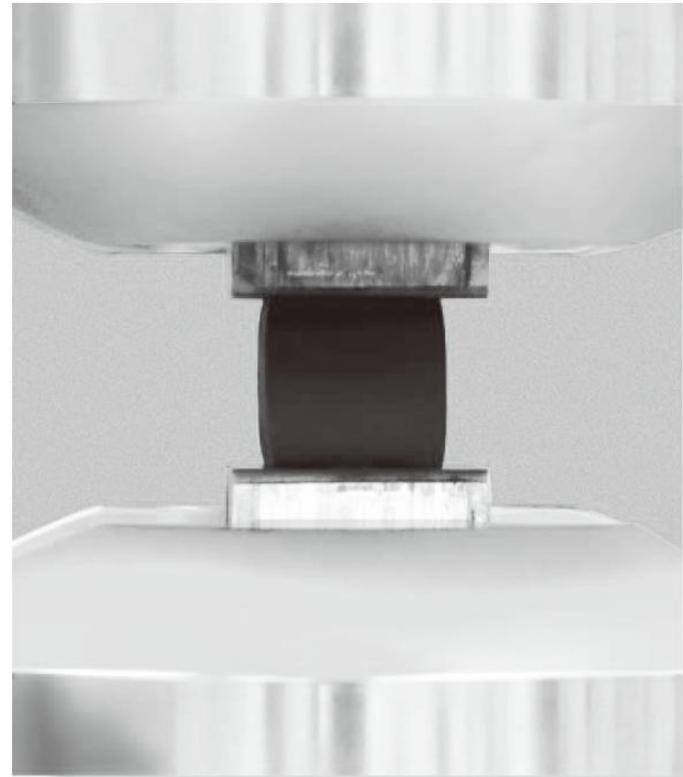
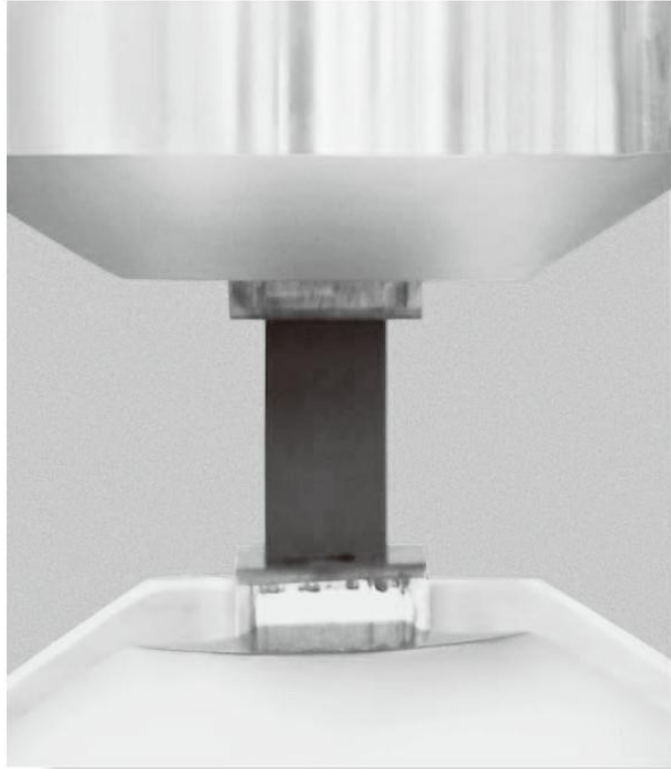
# 波生比

- 考慮一桿件的原始半徑為 $r$ 及長度為 $L$ ，並受到圖 3-21 的拉力 $P$ 作用， $P$ 力將桿拉長 $\delta$ ，半徑收縮了 $\delta'$ ，則縱向或軸向與側向或徑向的應變分別為

$$\epsilon_{\text{long}} = \frac{\delta}{L} \quad \text{和} \quad \epsilon_{\text{lat}} = \frac{\delta'}{r}$$

- 在十八世紀初期，法國科學家波生 (S. D. Poisson) 發現在彈性範圍內此兩應變比值為常數，此因變形量 $\delta$ 及 $\delta'$ 成正比。此常數稱為**波生比 (Poisson's ratio)**  $\nu$ ，對於某一均質且等向的特定材料此值為唯一的。以數學式表示為

$$\nu = -\frac{\epsilon_{\text{lat}}}{\epsilon_{\text{long}}} \quad (3-9)$$



當橡膠塊受到壓縮(負應變)其各邊會膨脹(正應變)。此兩應變之比值為常數。

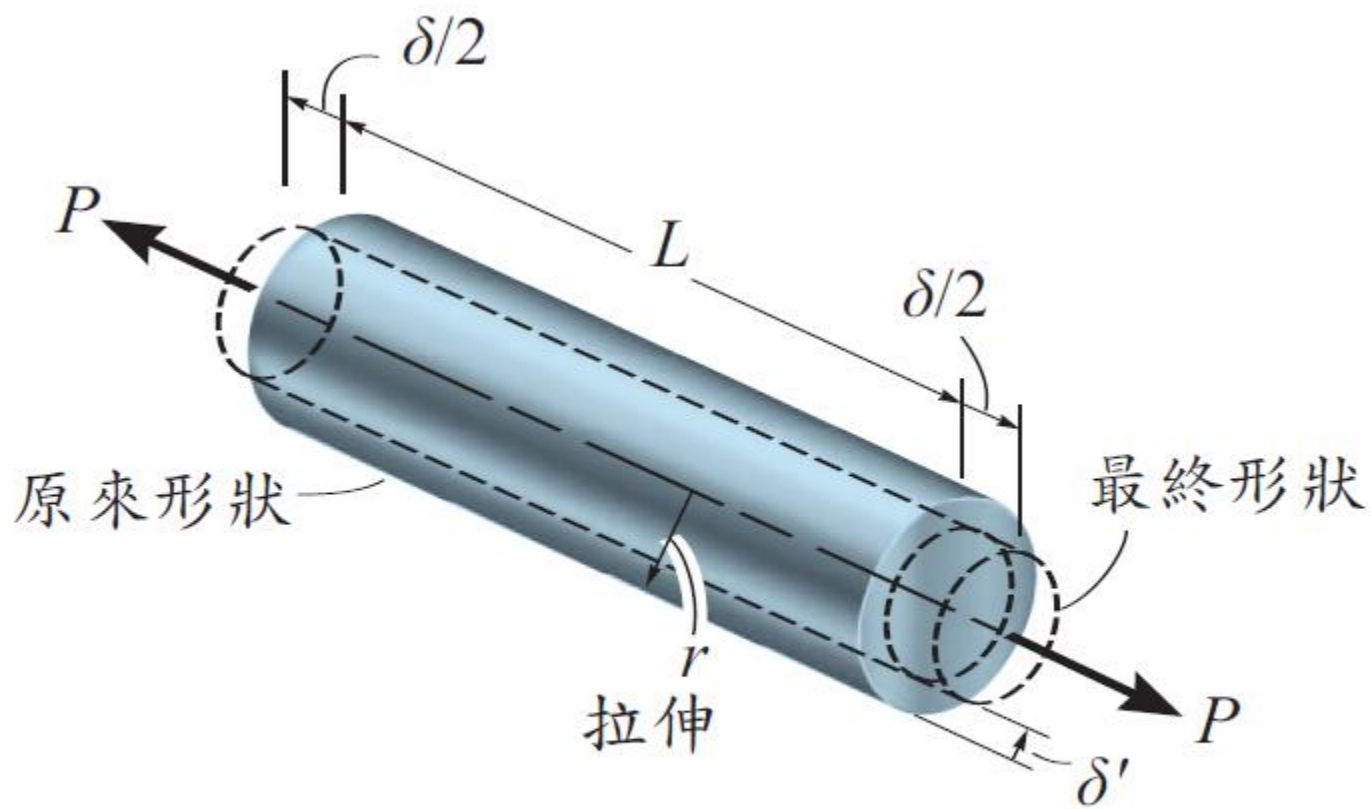


圖 3-21

# 例題3-4

— A-36 鋼桿尺寸如圖 3-22 所示。若一軸向力  $P=80\text{ kN}$  施加於此桿上，求加載之後此桿件長度變化量及橫截面尺寸的變化量。材料行為是彈性。

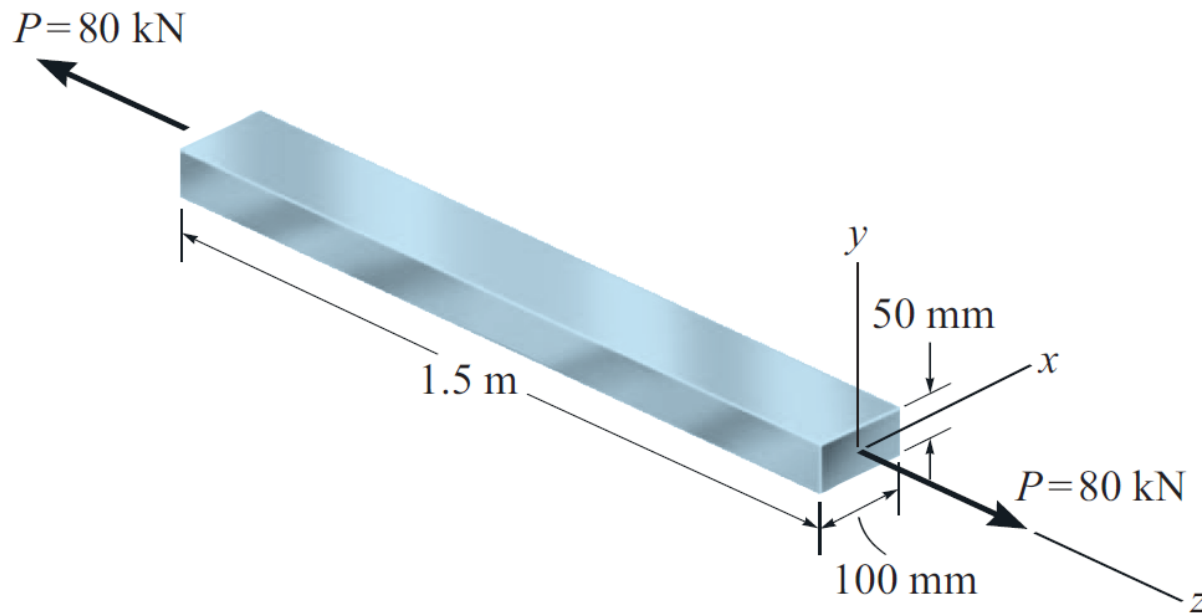


圖 3-22

# 例題3-4(續)

**解**

桿件正向應力為

$$\sigma_z = \frac{P}{A} = \frac{80(10^3) \text{ N}}{(0.1 \text{ m})(0.05 \text{ m})} = 16.0(10^6) \text{ Pa}$$

由封底內頁附表，A-36 鋼  $E_{st} = 200 \text{ GPa}$ ，故  $z$  方向應變為

$$\epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E_{st}} = \frac{16.0(10^6) \text{ Pa}}{200(10^9) \text{ Pa}} = 80(10^{-6}) \text{ mm/mm}$$

桿件軸向伸長量為

$$\delta_z = \epsilon_z L_z = [80(10^{-6})](1.5 \text{ m}) = 120 \mu\text{m}$$





## 例題3-4(續)

利用 (3-9) 式，且由封底內頁  $\nu_{st}=0.32$ ，則  $x$  及  $y$  方向之側向收縮應變為

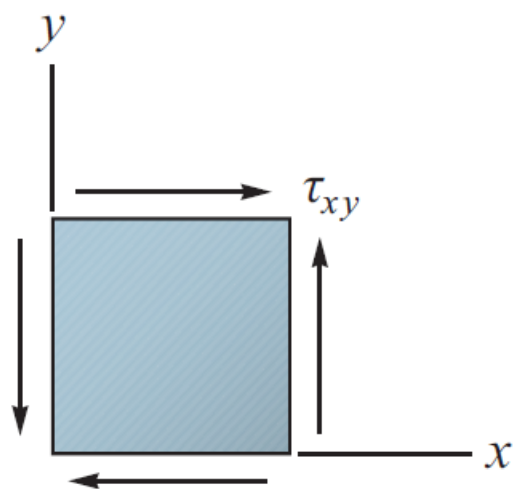
$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\nu_{st}\epsilon_z = -0.32[80(10^{-6})] = -25.6 \mu\text{m} / \text{m}$$

故橫截面尺寸的改變為

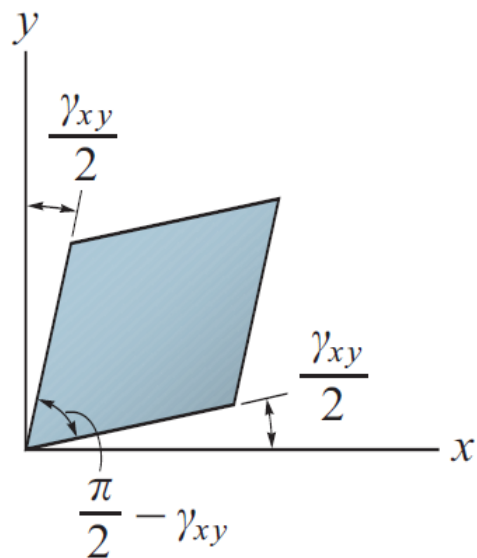
$$\delta_x = \epsilon_x L_x = -[25.6(10^{-6})](0.1\text{m}) = -2.56 \mu\text{m} \quad \blacksquare$$

$$\delta_y = \epsilon_y L_y = -[25.6(10^{-6})](0.05 \text{ m}) = -1.28 \mu\text{m} \quad \blacksquare$$

# 剪應力－應變圖



(a)



(b)

圖 3-23

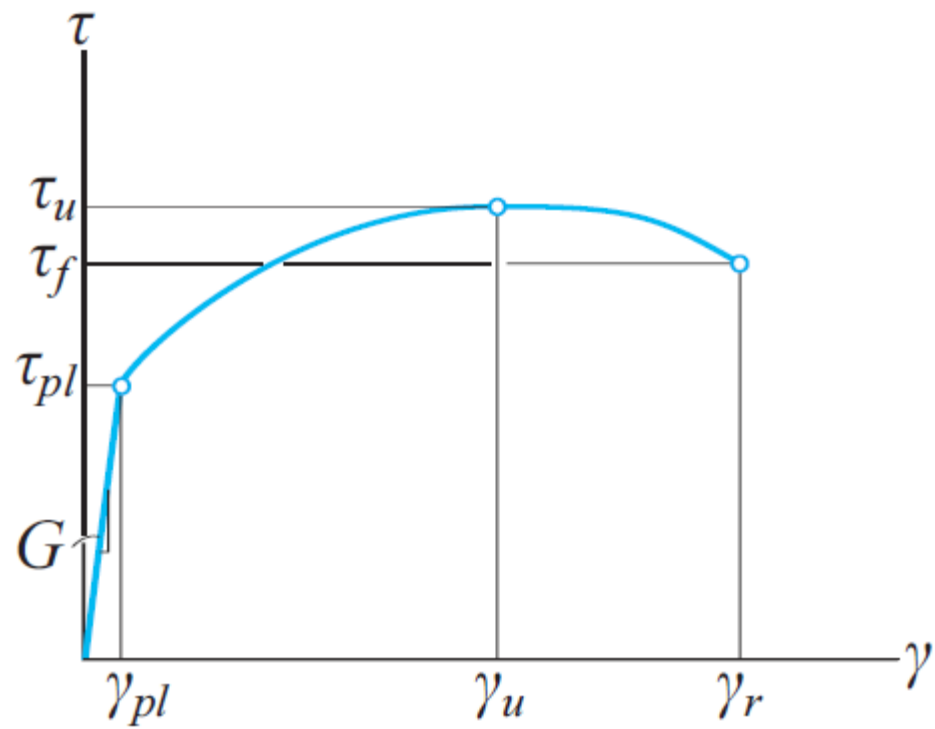


圖 3-24

- 對於大多數與前述相同的工程材料，其彈性行為為線性，故剪力的虎克定律可寫成

$$\tau = G\gamma \quad (3-10)$$

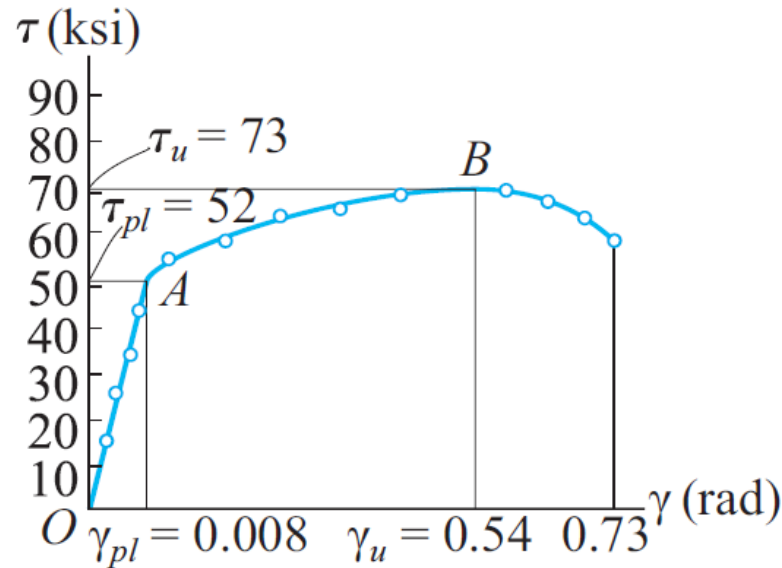
- 此處 $G$ 為剪彈性模數 (shear modulus of elasticity) 或剛性模數 (modulus of rigidity)。
- 三個材料常數 $E$ 、 $\nu$ 及 $G$ 之關係可以下述方程式表示

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3-11)$$

若 $E$ 與 $G$ 為已知，則 $\nu$ 值可由此式求得，而不必由實驗量測得之。

# 例題3-5

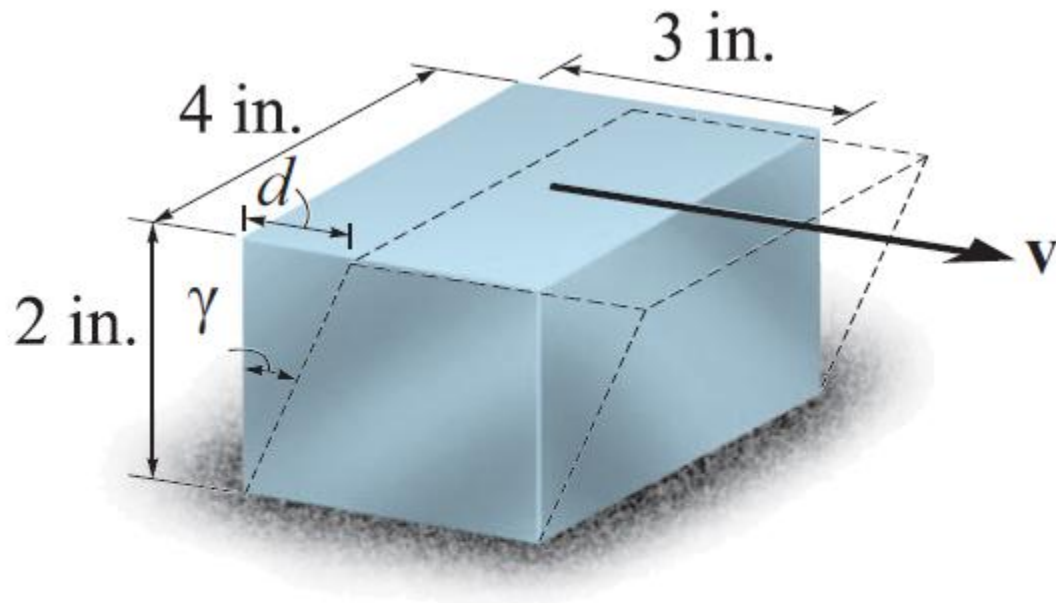
一鈦合金試片做扭轉試驗，其剪應力－應變圖示於圖 3-25a。求剪彈性模數  $G$ 、比例限度及極限剪應力。此外，若材料受剪力  $V$  作用時為彈性行為，求材料矩形塊頂面的最大水平位移  $d$ ，示於圖 3-25b。導致此位移量所需的  $V$  之大小為何？



(a)

圖 3-25

# 例題3-5(續)



(b)

圖 3-25

# 例題3-5(續)

**解**

**剪彈性模數** 此值為  $\tau-\gamma$  圖的直線部分  $OA$  之斜率。  $A$  點座標 (0.008 rad, 52 ksi)。故

$$G = \frac{52 \text{ ksi}}{0.008 \text{ rad}} = 6500 \text{ ksi}$$

所以直線  $OA$  方程式為  $\tau = G\gamma = 6500\gamma$ ，此即為剪力之虎克定律。

**比例限度** 觀察得之，此圖於  $A$  點終止線性。故

$$\tau_{pl} = 52 \text{ ksi}$$

**極限應力** 此值為最大剪應力  $B$  點。由圖中

$$\tau_u = 73 \text{ ksi}$$

# 例題3-5(續)

**最大彈性位移與剪力** 由於最大彈性剪應變為一極小角度 0.008 rad，在圖 3-25b 的矩形塊頂面將水平位移：

$$\tan(0.008 \text{ rad}) \approx 0.008 \text{ rad} = \frac{d}{2 \text{ in.}}$$

$$d = 0.016 \text{ in.} \quad \blacksquare$$

相對應之矩形塊平均剪應力為  $\tau_{pl} = 52 \text{ ksi}$ 。因此導致此位移量所需的剪力  $V$  為

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{V}{A} ;$$

$$52 \text{ ksi} = \frac{V}{(3 \text{ in.})(4 \text{ in.})}$$

$$V = 624 \text{ kip} \quad \blacksquare$$



# 例題3-6

一鋁試片如圖 3-26 所示，直徑  $d_0 = 25 \text{ mm}$ ，標距長度  $L_0 = 250 \text{ mm}$ 。若  $165 \text{ kN}$  力使標距長度伸長  $1.20 \text{ mm}$ ，試求彈性模數。此外，另求此力所造成的試片直徑收縮量。取  $G_{\text{al}} = 26 \text{ GPa}$ ，且  $\sigma_Y = 440 \text{ MPa}$ 。

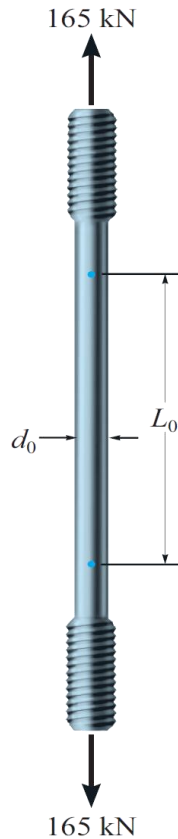


圖 3-26

# 例題3-6(續)

**解**

彈性模數 試片的平均正向應力為

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{165(10^3) \text{ N}}{(\pi/4)(0.025 \text{ m})^2} = 336.1 \text{ MPa}$$

且平均正向應變為

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{1.20 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0.00480 \text{ mm/mm}$$

由於  $\sigma < \sigma_Y = 440 \text{ MPa}$ ，材料是彈性行為。彈性模數為

$$E_{\text{al}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{336.1(10^6) \text{ Pa}}{0.00480} = 70.0 \text{ GPa}$$



# 例題3-6(續)

直徑收縮量 首先由 (3-11) 式求此材料的波生比

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$26 \text{ GPa} = \frac{70.0 \text{ GPa}}{2(1 + \nu)}$$

$$\nu = 0.347$$

由於  $\epsilon_{\text{long}} = 0.00480 \text{ mm/mm}$ ，由 (3-9) 式

$$\nu = \frac{\epsilon_{\text{lat}}}{\epsilon_{\text{long}}}$$

$$0.347 = \frac{\epsilon_{\text{lat}}}{0.00480 \text{ mm/mm}}$$

$$\epsilon_{\text{lat}} = -0.00166 \text{ mm/mm}$$

## 例題3-6(續)

所以直徑收縮量為

$$\begin{aligned}\delta' &= (0.00166)(25 \text{ mm}) \\ &= 0.0416 \text{ mm}\end{aligned}$$

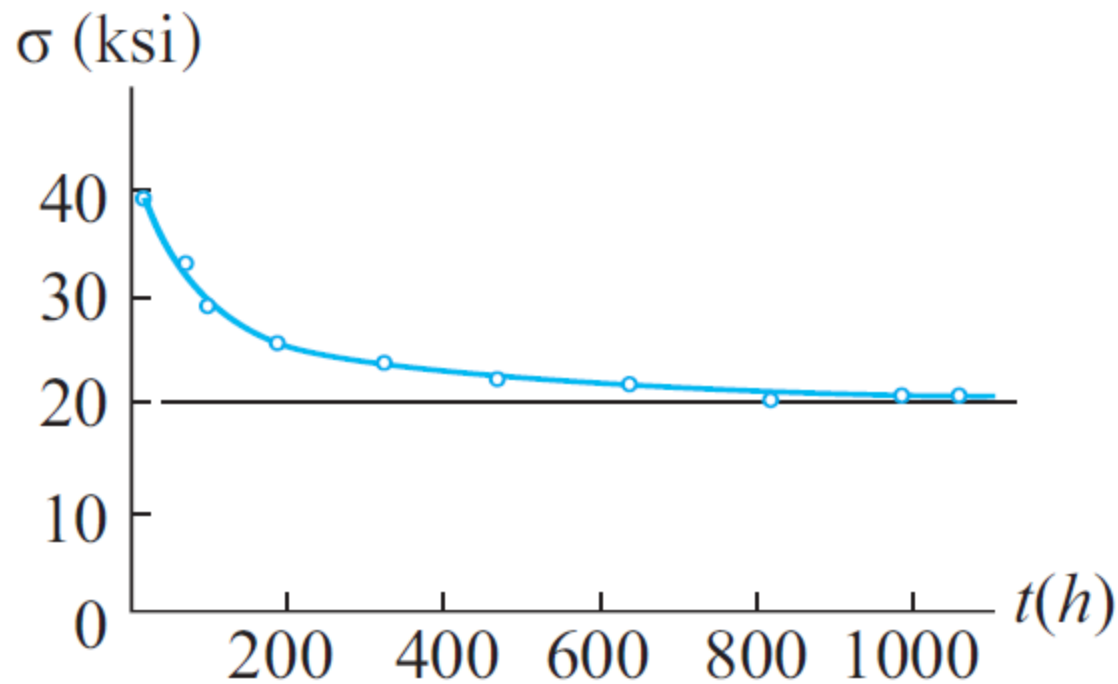


# 潛變

- 當材料須長時間支撐一載重，此材料將可能持續變形直至發生突然破裂或材料不再可用，此與時間有關的永久變形稱為潛變 (creep)。
- 潛變強度 (creep strength)，此值表示材料於某一指定時間內，在不超過容許潛變應變，所可承受之最大初始應力。潛變強度隨溫度變化，在設計時須指定一已知溫度、載重作用期間及容許的潛變應變。



纜繩載重長期作用在電線桿上造成  
桿件的潛變情形。



不鏽鋼在 $1200^{\circ}\text{F}$ 及  
潛變應變1%時的 $\sigma-t$ 圖

圖 3-27

# 疲勞

- 當金屬承受重複的週期性應力或應變，將導致其結構破壞，最後造成破裂，此種行為稱為**疲勞 (fatigue)**。
- 這種破壞的本質顯然是因為通常在桿件表面的極微小區域，其局部應力遠大於截面平均應力所造成。
- 為能對承受重複載重的金屬材料指定一安全強度，必須決定一極限值，在此值以下當施加一載重於某特定週期數將無破壞可測得，此應力極限值稱為耐久限度或疲勞限度。

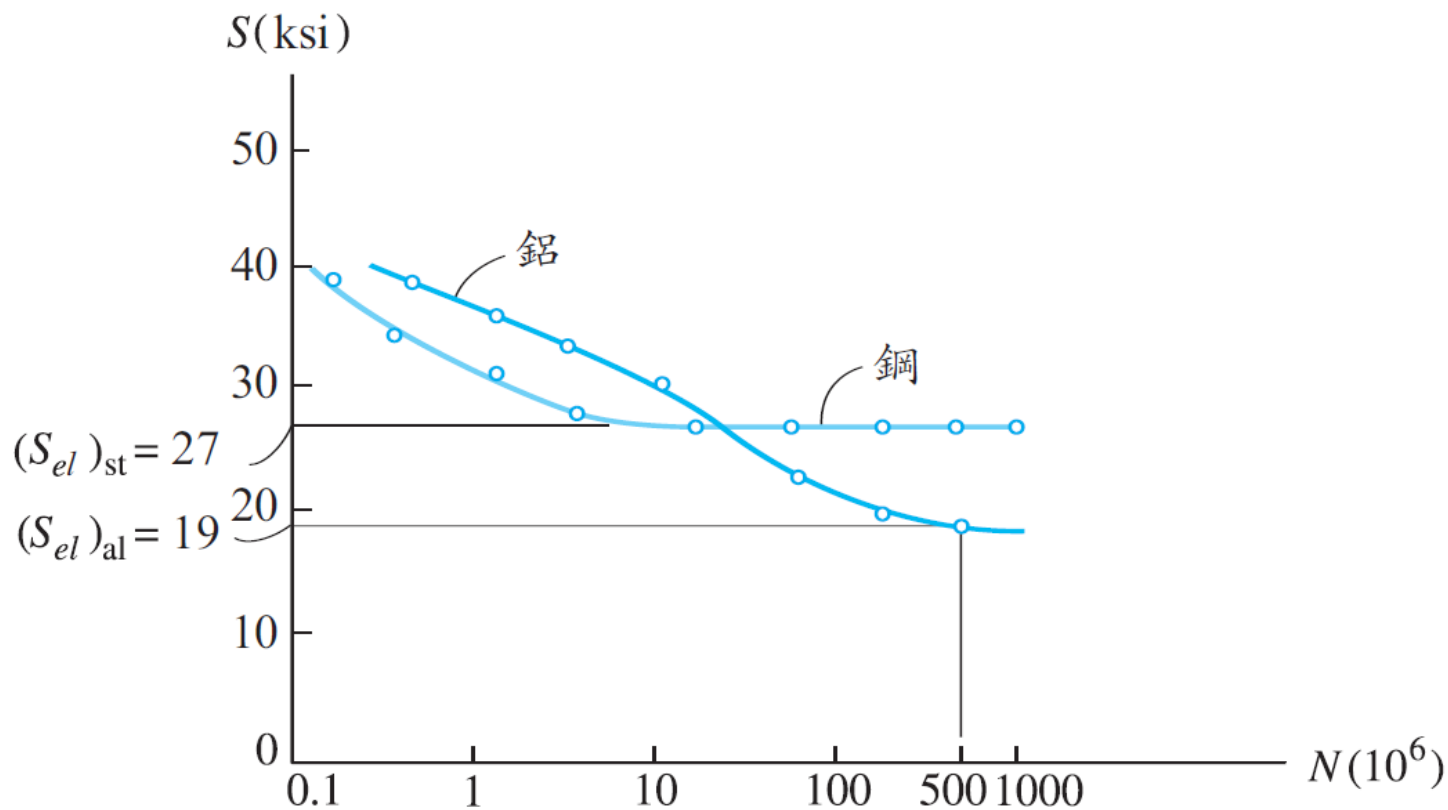




遊樂園區乘坐設備的設計必須仔細  
考慮會導致疲勞的載重。



工程師必須能說明本油井運動部位的可能疲乏破壞。



鋼與鋁合金的  $S-N$  圖  
( $N$  軸為對數尺標)

圖 3-28