

RC 構架含牆有限元素分析模式之探討

Study on Finite Element Model of RC Frame with Wall

林文山¹

Wen-Shan Lin

¹ 內政部建築研究所博士後研究員

¹ Architecture & Building Research Institute

Ministry of Interior

摘要

本文探討 RC 構架含牆有限元素法分析模式，本研究首先推導梁柱元素實際勁度矩陣，可克服梁柱元素混凝土開裂問題；彙整分析混凝土非線性彈性二維組成律，研提較為簡潔之表示式，並與實驗資料相佐證；並且分析不同梁柱有限元素模型、鉚筋有限元素模型，比較其優缺點；撰寫含 RC 牆之鉚筋混凝土構架非線性有限元素程式，並與實際 RC 構架或牆實驗相驗證；最後非線性有限元素程式所得之側推分析，利用 ATC 40 方法以及容量震譜反求對應之地表加速度，可得不同地表加速度下結構之性能。

關鍵字：非線性有限元素、非線性靜力側推分析、容量震譜

Abstract

The major contents included are as follows: (1) Propose the actual stiffness matrix for RC frame element. It can be overcome a crack problem in entire frame element. (2) Collect and analyze the nonlinear elastic constitutive model for concrete, and propose 2D nonlinear elastic constitutive model to suit and simplify finite element analysis. (3) Compare with finite element model for rebar and frame, and choose a suitable model to developed finite element program. (4) Develop the nonlinear finite element model and program to do pushover curve. And, that solution reveals close correlation to experimental data available for RC member. (5) The capacity method was used to estimate structural performances.

Key Words: nonlinear finite element, nonlinear static analysis – pushover, capacity spectrum

一、前言

一般 RC 建築結構中為了隔間或外牆的需求，會在 RC 構架中填充 RC 牆或磚牆，在高層建築中加設剪力牆抵抗側向地震力與減少側向位移；一般認為 RC 牆厚度 15 公分、磚牆 25 公分以上視為結構牆，以下皆視為非結構牆，規範[1]要求結構牆與非結構牆設計時均需加以模擬，對於非結構牆需考慮採用兩階段分析；設計在處理非結構 RC 牆時，往往忽視其存在僅就結構上之梁、柱進行彈性分析，或將 RC 牆以單一牆版元素模擬進行彈性分析，此舉僅適用於彈性段且僅單一牆版元素模擬會造成剛度過大、應力分配不合理；對於有開口之 RC 牆利用厚度去折減其勁度，再以單一牆版元素模擬，則誤差更大。現階段設計強調功能設計法，強調結構物之性能水準為何？不僅要求大震不倒，且要求在何種地震作用下，結構物之表現應達何種水準，ATC[2]以 ADRS 格式之容量震譜法，即可得知建築物在何種地震下建築物可達何種性能水準，在建立 ADRS 之容量震譜前必須先建立容量震譜和需求震譜；建築物之容量震譜是建築物整體於所考慮方向上之基底剪力與位移之關係，其所代表是結構物承受側向力時之變形特性及其耐震能力；需

求震譜除了應確定地震大小之需求外，尚且與結構物之週期相關。因此，建立建築結構物之非線性靜力側推分析乃為功能設計之基本要求。

基於以上所述，含牆之 RC 構架之非線性分析，不僅在評估其耐震能力有其必要性，且在推廣功能設法亦有其急迫性。本研究以非線性有限元素方法，比較有限元素分析模型之差異，並探討 RC 構架含牆之強度與韌性特性。

二、構架含牆有限元素線性分析

文獻上含牆 RC 構架有限元素分析報告甚多，例如利用等值斜撐桿件、等值柱或僅放入一個平面元素（或殼元素）去模擬牆的作用，而這些參數往往需由實驗迴歸求出。利用一個平面元素去模擬牆是否合理，本節僅就線性分析加以探討。

分析例 1：構架含無開口牆之分析

分析如圖 1 所示，有限元素分析網格分別採用 1 個、25 個和 100 個，分析結果之位移、牆之應力分佈及構架之彎矩如圖 2 所示，分析結果顯示，只採用一個元素則過度造成變形過小，構架彎矩過小且分佈不正確，牆之應力分佈與實驗不吻合，只採用一個元素在牆右上角之壓力最大，與實驗不相符合，實驗為對角線（施力點至對角底形成一個壓力桿，且在對角線底壓壞）壓力。顯示梁柱間之牆，僅採用一個元素不僅造成位移小很多，當然應力分佈完全失真。

分析例 2：構架含側邊開口牆之分析

與分析例 1 相同，但在右上角開 150cm×100cm 的孔洞，有限元素分析網格分別採用 1 個、4 個和 12 個，分析結果之位移、牆之應力分佈及構架之彎矩如圖 3 所示，分析結果顯示，只採用一個元素構架彎矩過小、分佈不正確且無法顯示短梁與短柱之結果，牆之應力分佈與實驗不吻合。

由以上兩個分析例可得知，（1）牆之模擬，若只採用一個牆元素分析，恐造成較大之誤差，使梁柱等分析之力較小，而設計成較小之斷面，且牆之應力分佈與實際大不相同；（2）含開口之牆，若僅依其開口率折減勁度，而仍然使採用一個牆元素，將造成短梁、短柱無法模擬。以上利用線性分析，若需較準確分析構架與牆之行為，應將梁柱元素及牆元素切細，方可較準確模擬。

三、有限元素非線性分析模型

非線性有限元素分析含牆之 RC 構架主要非線性來自材料非線性；RC 結構利用梁柱有限元素分析時，主要因（1）元素內混凝土開裂使慣性矩 I 於元素內不相同，使的一般分析時使採用規範[3]建議之有效慣性矩，（2）RC 斷面於元素端產生塑性鉸，而使的梁柱有限元素分析有許多不同之模型被提出；有限元素分析 RC 牆時，鉋筋之有限元素模型主要有三種（1）分離式模型，（2）整體式模型，和（3）複合式模型；在混凝土的組成律上文獻上主要有利用非線性彈性和塑性加以建立。以上所述各種分析模型各有其優缺，在建立非線性有限元素時必須加以確認、比較，最後選定一分析模式進行二維之非線性靜力分析並與實驗相比較，以評估其準確性與適用性。二維有限元素分析模型構架採用平面梁柱元素，牆採用八個結點之平面應力元素。

3.1 梁柱勁度矩陣

梁柱勁度矩陣主要有分量模型與撓曲彈簧模型，分量模型之優點為簡單，其最大之缺點為未考慮塑性鉸長度之發展，和無法模擬整支元素 EI 的變化；撓曲彈簧模型，用單一矩陣表示及考慮塑性鉸長度之發展為其最大優點，但無法模擬整支元素 EI 的變化為其缺點， I 值之模擬採用規範建議之有效慣性矩。實際上梁柱元素之勁度矩陣是經整個元素積分而得，因此非線性分析中之元素實際勁度矩陣，應包含有積分式，實際勁度模型已考慮桿件實際力所對應之軸向、彎矩剋度，亦即已考慮塑性鉸長度之發展與桿件元素內混凝土之開裂，只要實際力所對應之軸向、彎矩剋度能準確模擬，及數值積分求各係數時切的夠細，則勁度矩陣應能準確模擬。利用勁度係數之定義及單位法，可推導實際勁度矩陣如下所示

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} & 0 & 0 & \frac{-1}{A_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{D}{BD-C^2} & \frac{C}{BD-C^2} & 0 & \frac{-D}{B'D-(C')^2} & \frac{C'}{B'D-(C')^2} \\ 0 & \frac{C}{BD-C^2} & \frac{B}{BD-C^2} & 0 & \frac{-LD+C'}{B'D-(C')^2} & \frac{LC'-B'}{B'D-(C')^2} \\ \frac{-1}{A_1} & 0 & 0 & \frac{1}{A_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-D}{BD-C^2} & \frac{-C}{BD-C^2} & 0 & \frac{D}{B'D-(C')^2} & \frac{-C'}{B'D-(C')^2} \\ 0 & \frac{LD-C}{BD-C^2} & \frac{LC-B}{BD-C^2} & 0 & \frac{-C'}{B'D-(C')^2} & \frac{B'}{B'D-(C')^2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中，各項係數之積分式及其數值處理上，如下所示

$$A_1 = \int_0^L \frac{1}{EA} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta x)_i}{(EA)_i} \quad B = \int_0^L \frac{x^2}{EI} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i)^2 (\Delta x)_i}{(EI)_i} \quad C = \int_0^L \frac{x}{EI} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i)(\Delta x)_i}{(EI)_i}$$

$$D = \int_0^L \frac{1}{EI} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta x)_i}{(EI)_i} \quad B' = \int_0^L \frac{(L-x)^2}{EI} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(L-x_i)^2 (\Delta x)_i}{(EI)_i} \quad C' = \int_0^L \frac{(L-x)}{EI} dx = \sum_{i=1}^n \frac{(L-x_i)(\Delta x)_i}{(EI)_i}$$

$(EA)_i$ 和 $(EI)_i$ 為軸向剛度和撓曲剛度，若為增量分析則為切線剛度，若為全量分析則為割線剛度。利用斷面之彎矩--曲率和軸力--應變關係可求取軸向剛度和撓曲剛度。本研究利用文獻[4]之混凝土組成律及鉚筋假設完全彈塑性建立彎矩--曲率和軸力--應變關係，由於篇幅關係，本節不再贅述。

3.2 鉚筋有型元素模型

有限元素分析 RC 牆時，鉚筋之有限元素模型主要有三種，其優缺點分述如下：

(1) 分離式模型

鉚筋與混凝土各自分離成有限元素，通常鉚筋採用一維之 TRUSS 元素，混凝土為二維平面元素或三維之實體元素，元素之劃分需配合鉚筋在混凝土之位置，為其最大缺點，但鉚筋與混凝土元素之結點間，可置入聯結元素（彈簧或節理單元）考慮鉚筋之握裹滑移，為其主要優點，若鉚筋與混凝土元素之結點為同一結點，則模擬鉚筋與混凝土無滑移。

(2) 整體式模型

整體式模型是將鉚筋離散於所在之整個混凝土元素中，並將鉚筋視為連續均勻整個混凝土元素，此模型只能求整體反應，對於較精確應力分佈則無法得知，且不能考慮握裹-滑移，元素之劃分不受鉚筋分佈影響，唯其主要優點。通常利用鉚筋之配筋率將鉚筋之剛度矩陣加入混凝土剛度矩陣中 ($[D] = [D_c] + [D_s]$)，其中 $[D_s]$ 文獻中出現兩種表達方式，如下所示（以二維為例）：

1 以整體座標表示

$$[D_s]_G = E \begin{bmatrix} \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中： ρ_x 和 ρ_y 分別為 X 和 Y 方向之配筋率。

2 以局部座標表示，再轉至整體座標：

$$[D_s]_L = E \begin{bmatrix} \rho_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[D_s]_G = [R]^T [D_s]_L [R]$$

其中： $\rho_s = A_s / ts$ 為局部座標方向之配筋率， S 為鉚筋之間距。

$$[R] = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{bmatrix}$$

其中， $c = \cos \theta$ $s = \sin \theta$

因此整體座標 $[D_s]_G$ 可表示為

$$[D_s]_G = [R]^T [D_s]_L [R] = E\rho_s \begin{bmatrix} c^4 & c^2s^2 & c^3s \\ c^2s^2 & s^4 & cs^3 \\ c^3s & cs^3 & c^2s^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

比較兩種表示方法，明顯看出不相容，應以後者較合理，分析時使用局部座標表示在轉成總體座標。若有限維格較細時，可能元素內沒有鉚筋，若此時 ρ_s 取 0 不甚合理，因此整體式模型於鉚筋均分佈於結構中使用。最後，鉚筋與混凝土之剛度矩陣已知後，即可求出此元素之勁度矩陣。

(3) 複合式模型

複合式模型介於分離式與整體式模型之間，亦不考慮握裹滑移現象，單元分析時，分別計算混凝土與鉚筋所貢獻之勁度，再複合而成此單元之勁度矩陣 ($[K] = [K_c] + [K_s]$)，計算鉚筋所貢獻之勁度矩陣必須先正確計算鉚筋之勁度矩陣，再利用此鉚筋單元與混凝土單元之座標轉換而得。

考慮長度為 510cm 受三點載重之簡支梁線性分析，以比較三種鉚筋有限元素模型，簡支梁分析所使用之材料參數為 $\nu = 0.2$ ； $E_c = 247708 \text{ kg/cm}^2$ ； $E_s = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ ； $A_s = 10.134 \text{ cm}^2$ ； $A'_s = 5.7 \text{ cm}^2$ ； $A_v = 1.425 \text{ cm}^2$ ； $d = d' = 10 \text{ cm}$ ； $P = 800 \text{ kg}$ ； $b \times h = 20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$ 。分析結果之比較如表 1 所示，表中，無論鉚筋使用何種有限元素模型變形相差不多，但鉚筋應力因整體式模型將鉚筋視為連續均分整個混凝土元素，故鉚筋應力沿著梁高線性分佈，鉚筋之拉力只有 2% 之些許差別。以線性分析而言，鉚筋何種有限元素模型差別不大。

3.3 混凝土組成律

貢獻上大部分以塑性理論和非線性彈性理論來描述混凝土非線性組成律，其中塑性理論所需之參數必須配合實驗所得，因此塑性理論之適用性與所採用之參數相關，貢獻[5]已將大部分之塑性理論之組成律彙整。非線性彈性之組成律大部分皆為實驗迴歸所得之組成律表達式，其具有簡單但又失準確之特性，因此本研究乃針對二維非線性彈性之組成律加以彙整比較，並選用較簡單但又失準確之組成律，提供有限元素分析之用。根據混凝土強度與變形試驗，非線性彈性組成律主要迴歸成等向性和正交異性之應力應變關係。等向性組成律主要有貢獻[6-9]等，正交異性組成律主要有貢獻[10-12]等，其中等向性組成律以 Ottosen Model [6]，正交異性組成律以 Darwin Model [10]最為廣泛使用，並為 CEB-FIP[13]規範所接受並建議使用。經本研究彙整比較後提出等向性和正交異性之混凝土組成律，其詳細過程與比較可參考貢獻[14]，本節僅將正交異性之混凝土組成律表示如下：

混凝土受壓-壓時各軸之破壞時之割線勁度為

$$E_{1f} = \frac{1}{0.8\alpha^2 + 1.6\alpha + 0.5} E_{of}$$

$$E_{2f} = \frac{1}{3 - 2 / ((1 + 3.65\alpha) / (1 + \alpha)^2)} E_{of} \quad (5)$$

其中， $E_{of} = f'_c / \epsilon_0$ 為單軸破壞時之割線勁度， $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$ 為雙軸應力比，負生比表示為

$$v = \begin{cases} 0.2 & \beta \leq 0.8 \\ v_f - (v_f - 0.2)\sqrt{1 - 25(\beta - 0.8)^2} & \beta \geq 0.8 \end{cases} \quad (6)$$

其中， $\beta = \sigma_2 / \sigma_{2f}$ 為目前應力與破壞時之強度比， v 獻定義為非線性指標， v_f 為破壞時之割線自生比，可表示如下：

$$v_f = \begin{cases} -0.4\alpha + 0.36 & \alpha \leq 0.4 \\ 0.2 & \alpha \geq 0.4 \end{cases} \quad (7)$$

因此，可算得在任何應力比之破壞時割線勁度，透過下式可得任何應力比時之割線勁度

$$E_s = \frac{E_i}{2} - \beta \left(\frac{E_i}{2} - E_f \right) \pm \sqrt{\left[\frac{E_i}{2} - \beta \left(\frac{E_i}{2} - E_f \right) \right]^2 + E_f^2 \beta [D(1-\beta) - 1]} \quad (8)$$

各向之等效割線勁度確定後，根據正交異性混凝土組成律組成混凝土刚度矩陣，然後再轉換至整體座標上，正交異性混凝土組成律表示如下

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-v^2} \begin{bmatrix} E_1 & v\sqrt{E_1 E_2} & 0 \\ v\sqrt{E_1 E_2} & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}(E_1 + E_2 - 2v\sqrt{E_1 E_2}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

混凝土受拉-壓時，拉力方向假設為線性並與初始彈性模數相同，而在壓力方向假設與單軸相同，但混凝土開裂後，考慮混凝土之“拉力加勁”、“剪力模數折減”與“混凝土軟化”現象，並假設沒有自生比效應，礙於文章篇幅，詳細之過程請參考文獻[14]。混凝土受拉-拉時，在未開裂前假設為線性，開裂後同樣考慮混凝土之“拉力加勁”與“剪力模數折減”現象。

上述之混凝土組成律與實驗比較如圖5和圖6所示，圖中顯示實驗與上述之組成律有良好之吻合度。

四、有限元素非線性分析與實驗之驗證

利用前節所述之有限元素模型撰寫非線性有限元素分析程式，為了驗證分析模型之正確性與適用性分別與實驗或理論相驗證，分別驗證如下：

4.1 懸臂梁分析與理論（曲率面積法）之比較

為了驗證實際勁度矩陣之正確性，假設一懸臂梁並已知其彎矩曲率關係，透過曲率面積法可得其理論值，再和有限元素法分析相比較，可判斷其正確性與否。考慮圖7所示之分析例，其中梁長為100 cm，彎矩曲率關係假設為三線性，分析結果顯示有限元素分析與曲率面積法所得相同，表示只要彎矩曲率能準確模擬混凝土開裂、鋼筋降服，則使用實際勁度矩陣可明確分析整支梁的反應。

4.2 簡支 RC 梁分析與實驗及規範之比較

規範建議以等效慣性矩預測 RC 梁之變位，如下所示：

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^m I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^m \right] I_{cr} \quad (10)$$

其中，規範建議 $m=3$ ，黃世建教授[15]考慮混凝土之開裂性和強度、拉力錘筋比、剪力跨距等，利用參數分析結果迴歸並建議 m 值之表達式，並和許多實驗相比較。本研究利用有限元素分析，除了和實驗比對外，並和規範建議 $m=3$ 、黃世建教授所建議之 m 值相比較，以驗證有限元素之適用性。規範所建議之等效慣性矩 I_e 僅適用於錘筋未降服前，而本研究使用非線性有限元素分析，在錘筋降服後亦可適用。

考慮文獻[16]所做兩種不同之配筋率之實驗，如圖 8 和圖 9 所示，其中梁長為 250 cm，其他材料參數請參考文獻[16]，本研究有限元素分析是先根據段面之材料性質做彎矩曲率分析後，並假設為三線段，分別為混凝土開裂、錘筋降服及混凝土壓脆。分析結果顯示於圖 8 和圖 9，圖中顯示，對於低配筋量之簡支梁，無論規範建議 ($m=3$)、文獻[15]建議或本分析所得之結果與實驗相差不大，對於高配筋量之梁，相同的載重下，規範有高估之現象，而文獻[15]建議和本分析所得之結果與實驗相差不大。

4.3 RC 門架分析與實驗及 SAP 2000 之比較

一般於建築結構分析之有限元素分析軟體，使用最多為 SAP2000 和 ETABS，此兩種程式可設計所需之斷面及配筋，並可進行非線性側推分析，而 SAP2000 和 ETABS 於側推分析僅含有梁柱元素具有非線性功能，因此本節乃選用文獻[17]所做實驗和 SAP2000 程式及本研究相比較，以評估本研究程式之適用性。

考慮文獻[17]之實驗如圖 10 所示，其詳細之材料性質請參閱文獻[17]，本研究以本分析所提之有限元素分析和 SAP2000 程式、實驗相比較，RC 門架之側力與側變形如圖 10 所示，分析結果顯示，在混凝土未開裂之前，實驗與本分析所提之有限元素分析及 SAP2000 考慮全斷面所得之分析相吻合，開裂後因本研究所考慮之三線性彎矩曲率之撓曲剛度較實際為大，故所分析之位移較實驗稍小，但在錘筋降服時與實驗相差不大，這是因為所考慮之三線性彎矩曲率之撓曲剛度在錘筋降服時與實際相差不大所致，實驗破壞時顯示錘筋有應變硬化現象，使極限承載力有提高現象，而本研究之分析因考慮之三線性彎矩曲率無應變硬化之假設，故極限承載力比實驗稍小。SAP2000 分析因無法模擬混凝土開裂現象，因此 ATC 40[8]建議梁撓曲剛度折減為 $0.5EI$ ，而柱折減 $0.7EI$ 來考慮混凝土開裂現象，本研究將折減後之剛度與未折減之剛度之分析結果比較如圖 10 所示，SAP2000 分析顯示在開裂後兩者並不能與實驗相吻合，未考慮折減剛度之分析結果與實驗相差甚多。SAP 2000 分析在錘筋降服時機（產生塑化）較實驗或本分析所提之有限元素分析為快，這可能因實驗和本分析之混凝土強度會因箍筋圍束而提高，而 SAP 2000 分析未考慮。在韌性方面，SAP 2000 分析是採用 SAP 2000 程式內定 (default) 之假設，本分析是採用彎矩曲率分析時，圍束箍筋之混凝土應變為文獻[5]所達之極限應變，如圖 10 中可知，對於有圍束箍筋之韌性構架，SAP 2000 分析是保守的，韌性較小。

4.4 RC 牆分析與實驗之比較

在 RC 構架含牆分析中，牆的部分一般採用平面元素，本研究平面元素中錘筋部分採用整體式或複合式有限元素模型，混凝土組成律採用正交異性組成律，詳見 3.3 節。為驗證程式之適用性，本分析採用文獻[18]實驗與本分析有限元素分析相比較，分析之 RC 牆如圖 11 所示，因為文獻[18]之實驗為對稱故取一半分析時中間之邊界條件可明確確定，這才是為什麼一般文獻皆取文獻[18]來驗證有限元素之正確性。分析時取一半分析有限元素網格分割為 24 個元素，使用之材料參數請參閱文獻[18]。分析結果與實驗之比較如圖 11 所示，圖中顯示不僅在力-位移之反應上或混凝土之開裂皆與實驗相近，且錘筋有限元素模型使用整體式或複合式相差不多，表示錘筋使用雙線性及混凝土使用本研究所提之組成律，對於 RC 牆能夠有放的預測和模擬。

五、設計例耐震分析

本研究已對 RC 構架和 RC 牆提出有限元素分析模型，並實際撰寫程式和實驗相驗證，本節乃

進一步以實際 RC 建築結構利用 SAP 2000 分析程式以空構架設計斷面，並考慮嵌入 RC 牆之空構架後之整體強度與韌性行為。

設計例：位於台北盆地樓層為 4F，RC 構造具有非結構牆，強度設計法。使用材料為 $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ ， $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ ， $f_{yv}=2800 \text{ kg/cm}^2$ 。平面圖及立面圖如圖 12 所示，各柱之跨距為 6 m，一樓樓高為 4 m 其餘為 3 m，依據建築物耐震設計規範[1]計算地震力，以空構架設計，利用 SAP 2000 分析軟體進行 RC 斷面之設計，RC 設計規範採用 ACI 318-99。經 SAP 2000 程式設計後，全部斷面採用 $45 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$ ，一樓柱之主筋採用 #8 號鋼筋 12 支，二樓以上之柱主筋採用 #8 號鋼筋 8 支；二樓梁之主筋為 $A'_s=38.84 \text{ cm}^2$ ， $A_s=15.36 \text{ cm}^2$ ；三樓梁之主筋為 $A'_s=30.72 \text{ cm}^2$ ， $A_s=15.36 \text{ cm}^2$ ；四樓梁之主筋為 $A'_s=25.6 \text{ cm}^2$ ， $A_s=15.36 \text{ cm}^2$ ；屋頂梁之主筋為 $A'_s=20.48 \text{ cm}^2$ ， $A_s=10.24 \text{ cm}^2$ 。

對於此空構架二樓以上可能因區間或外牆而填充滿 RC 牆，而形成軟弱層現象，或一樓亦有部份 RC 牆，因此擬進行如圖 13 所示之側推分析，其中 RC 牆厚度為 12 cm，單排 3 號鋼筋水平及垂直間距為 20cm。其側推分析如圖 14 所示。對於一樓含有 RC 牆之分析，採用當 RC 牆破壞後折減 RC 牆之材料勁度和強度再重新分析，本研究分別採用則減為 0.7 和 0.4 倍後重新分析，然後取 RC 牆破壞時之負絡線，如圖 15 所示。因為一樓柱之韌性為結構中最重要，因此程式分析之終止乃取法於一樓柱達到斷面彎矩極限曲率，其斷面之彎矩-曲率關係，本研究利用文獻[4]之混凝土組成律及鋼筋假設完全彈塑性建立，如圖 16，為研究一樓柱韌性對耐震能力之探討，一樓柱斷面極限曲率分別採取 1.0、1.5 和 2.0 倍分析比較，如表 2 所示。評估耐震能力乃利用側推曲線化為等值彈塑性曲線，依據等值彈塑性側推曲線定義整體韌性容量 R，並根據規範規定計算結構系統地震力折減係數反推地表加速度 $ac=(V_y F_u / CW)$ ，其計算結果彙整於表 2。同樣方法可對一樓含牆構架分析，彙整於表 3。表 2 顯示一樓柱之韌性提升對於耐震的重要性，對於軟弱層而言，雖然韌性容量較 RC 空構架大但降伏位移卻比空構架小很多，計算出之地表加速度比空構架大許多，而在實際的地震災害中，卻以軟弱層破壞較多，與計算結果不符，應加以注意。

以 ATC 40 方法建立容量震譜，再以容量震譜中不同之性能點反求所對應之地表加速度，即可知不同地表加速度所對應之結構性能，例如，結構逾期、塑性分布、頂層位移等隨地表加速度變化。本設計範例空構架及一樓以上含 RC 牆結構，分析所得之容量震譜如圖 17 所示。將空構架及一樓以上含 RC 牆結構之容量震譜雙線性化，其降伏性能點分別為 $a_y=0.286g$ 、 $d_y=8.29 \text{ cm}$ 和 $a_y=0.355g$ 、 $d_y=2.89 \text{ cm}$ ，求取性能點相對之地表加速度，分析採用台北盆地之彈性反應譜， $C_A=2.5$ 、 $C_V=3.3$ ，其分析結果如表 4，結構逾期、頂層位移隨地表加速度變化，如圖 18 和 19 所示；Type A、Type B 和 Type C 是反應不同阻尼折減程度，分別採用 $\kappa=1.0$ 、 $\kappa=2/3$ 和 $\kappa=1/3$ ，不同阻尼折減程度對地表加速度有極大之影響，阻尼折減大者 $\kappa=1.0$ 在結構降伏後產生較大之消能，因此在相同之位移下可承受較大地表加速度。對於軟弱層而言，一樓柱之韌性與消能對於耐震相當重要，高阻尼折減程度可提升較多地表加速度，相對而言 Type C 雖然具有相同之韌性，但其地表加速度提升較少，這才是為何一樓柱之箍筋細節必須相當緊密圍束，提供飽滿遲滯迴圈以利用消能提升耐震能力。比較空構架與一樓以上填充 RC 牆（軟弱層），軟弱層計算出之地表加速度比空構架大許多，這可能因為極限狀態選取不同所致，本研究是以某一個構件之彎矩曲率達到極限之定義，空構架可能其中一根梁或柱達到定義之極限，而一樓以上填充 RC 牆則是所有一樓柱子同時達到定義之極限，因此對於往後應朝向破壞之定義（韌性用盡）及韌性折減方式加以研究，才能使性能設計更加完善。

六、結論與建議

- (1) 本研究提供實際勁度矩陣，並與實驗或理論相驗證，只要彎矩曲率能準確模擬混凝土開裂、鋼筋降服，則使用實際勁度矩陣可明確分析梁柱構架的反應，實際勁度矩陣極適合在有限元素之數值分析上。
- (2) 提供混凝土二維正交異性組成律較簡潔之表示式，並經實驗驗證其相吻合度。
- (3) 利用所提之實際勁度矩陣和混凝土組成律，撰寫非線性有限元素程式，程式分析結果與許多實驗比較驗證其相吻合，驗證所提之有限元素分析模型之可靠性，可供參考。
- (4) RC 構架含牆之模擬，若只採用一個牆元素分析，恐造成較大之誤差，使梁柱等分析之能力

較小，而設計成較小之斷面，且牆之應力分佈與實際大不相同；含開口之牆，若僅依其開口率折減勁度，而仍然使用一個牆元素，將造成短梁、短柱無法模擬。若需較準確分析構架與牆之行為，應將梁柱元素及牆元素切細，方可較準確模擬。

- (5) 本研究側推分析中是以倒三角形載重增量施加側向力，無法分析強度遞減現象，此對於含孔牆之構架分析無法求取實際側推曲線，建議往後應以位移控制求取側推曲線，或將側推分析分為多次進行，唯利用此方法時，多次進行側推分析之時機，應加以探討決定，建議應廣泛收集國內外之 RC 牆實驗加以彙整歸納分析，再決定牆不同邊界條件、開口與否等條件下，進行多次側推分析時機。
- (6) RC 牆造成一樓軟弱層，其降伏位移和極限位移比空構架小，但計算之韌性容量卻比空構架大，以致計算出之地表加速度大於空構架，這與實際地震災害中軟弱層破壞較多不相同，應加以注意。

二、參考文獻

1. 內政部營建署頒佈，「建築物耐震設計規範與解說」，1997。
2. Applied Technology Council, "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings," Vol. 1, ATC-40, Redwood City, C. A., (1996).
3. 中國土木工程學會，「混凝土工程設計規範與解說」，1997。
4. R. Park, M. J. Priestley, and W. D. Gill, "Ductility of Square Confined Concrete Column," Journal of Structural Division, (1987).
5. W. F. Chen, "Plasticity in Reinforced Concrete," McGraw Hill book Company, (1982).
6. N. S. Ottosen, "Constitutive Model for Short-Time Loading of Concrete," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 105, No. EN1, pp. 127-141(1979).
7. L. Cedolin, et. al, "Triaxial Stress-Strain Relation for Concrete," ASCE. Vol. 103, (1977).
8. M. D. Kotsovos, "A mathematical model of the deformation behavior of concrete under generalized stress based on fundamental properties," Material and Construction, Vol. 13, No. 76, (1980).
9. H. Kupfer, and K. H. Gerstle, "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses," Journal of Engineering Mechanical Division ASCE, Vol. 99, No. EM4, (1973).
10. D. Darwin, and D. A. Pecknold, "Nonlinear Biaxial Law for Concrete," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. 2, pp. 229-241, (1979).
11. Z. H. Guo, Y. T. Guo, X. Yan, X. G. Ye, and W. H. Li, "Nonlinear Elastic Orthotropic Constitutive Model for Concrete," Journal of Tsinghua University, Vol. 37, No. 6, pp. 78-81 (1997).
12. T. C. Y. Liu, et. al, "Biaxial Stress-Strain Relation for Concrete," ASCE. Vol. 98, (1972).
13. "CEB-FIP MODEL CODEL 1990 (DESIGN CODE)," Comite Euro-International du Beton. Bulletin D'information No. 213/214, Lausanne, (1993).
14. 林文山，「基礎與牆對 RC 建築物耐震之影響探討」，內政部建築研究所，(2003)。
15. 張英宜、黃世建，「鑄筋混凝土梁位移之預測」，中國土木工程學刊，第七卷、第二期，第 171-181 頁，1995 年。
16. Al-Shaikh, A. H. and R. Z. Al-Zaid, "Effect of Reinforcement Ratio on the Effective Moment of Inertia of Reinforcement Concrete Beams," ACI Structural Journal, Vol. 90, No. 2, pp. 144-149 (1993).
17. V. V. Bertero, and G. McClure, "Behavior of reinforced Concrete frames Subjected to Repeated Reversible Loads," ACI Journal, Vol. 61, October, pp. 1305-1329 (1964).
18. V. Cervenka, and K. H. Gerstle, "Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Panels, Part II : Experimental Verification and Application," International Association of Bridge and Structural Engineers Publications, Vol. 32-11, pp. 25-39 (1972).

八、圖表

表 1 鑄筋有限元素分析模型結果之比較

	分離式	整體式	複合式
中點變位 (cm)	0.13887	0.13593	0.13866
鑄筋應力 (kg/cm ²)	108.24	62.5 106.1 149.6	108.25
鑄筋拉力 (kg)	1096.7	1075.1	1097.0

表 2 空構架與二樓以上填充 RC 牆之比較

		Δ_y (cm)	T	V_y (ton)	Δ_u (cm)	R	Fu	a_c (g)
空	ϕ_u				20.4	1.81	1.81	0.24
	$1.5\phi_u$				24.0	2.13	2.12	0.28
	$2\phi_u$				32.2	2.86	2.84	0.38
軟	ϕ_u				5.27	1.82	1.63	0.29
	$1.5\phi_u$				8.51	2.94	2.21	0.39
	$2\phi_u$				12.4	4.30	2.76	0.49

表 3 一樓合牆分析結果

	Δ_y (cm)	T	V_y (ton)	Δ_u (cm)	R	Fu	a_c (g)
Step 1	0.875	0.21	376	2.37	2.71	1.87	0.75
Step 2	1.0	0.24	311	3.0	3.0	2.15	0.72
Step 3	1.125	0.3	233	3.9	3.47	2.43	0.54

表 4.4 空構架與二樓以上填充 RC 牆容量震譜分析之比較

		性能點		遼期	頂層位 移	地表加速度 Z(g)			
		d_i (cm)	a_i (g)			T (sec)	Δ_u (cm)	$\kappa=1$	$\kappa=2/3$
		空	ϕ_u	16.47	0.286	1.57	20.4	0.289	0.236
構	$1.5\phi_u$	19.97	0.286	1.68	24.0	0.314	0.249	0.191	
	架	$2\phi_u$	27.17	0.286	1.96	32.2	0.340	0.260	0.204
軟	ϕ_u	5.27	0.355	0.77	5.27	0.343	0.283	0.217	
	弱	$1.5\phi_u$	8.51	0.355	0.98	8.51	0.412	0.320	0.249
		層	$2\phi_u$	12.42	0.355	1.19	12.42	0.430	0.323

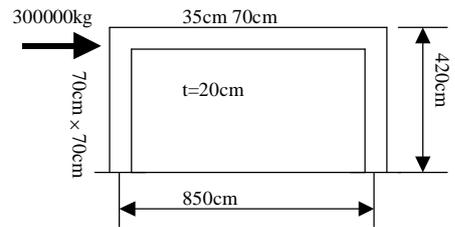


圖 1 構架含無開口牆之分析例

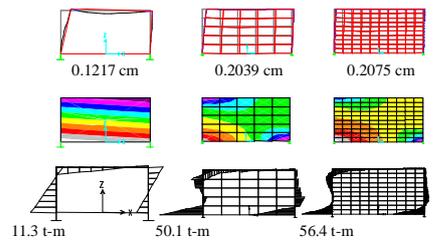


圖 2 構架含無開口牆之分析結果

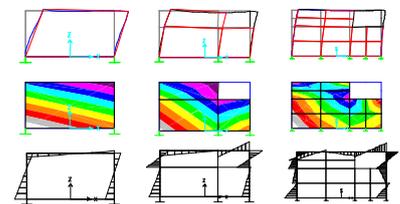


圖 3 構架含側邊開口牆之分析結果

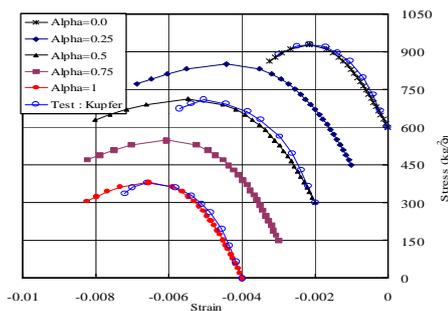


圖 5 混凝土壓-壓狀態下 σ_2 之變形比較

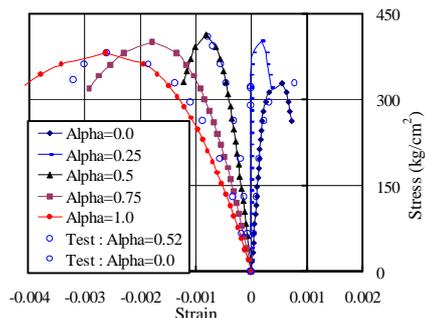


圖 6 混凝土壓-壓狀態下 σ_1 之變形比較

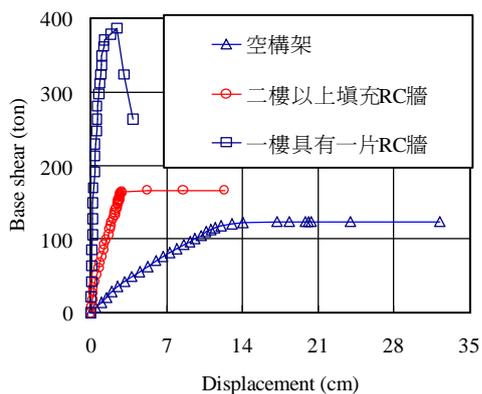


圖 14 分析例之側推分析

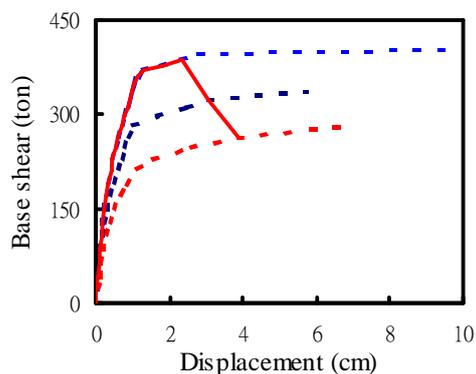


圖 15 構架一樓合牆分析

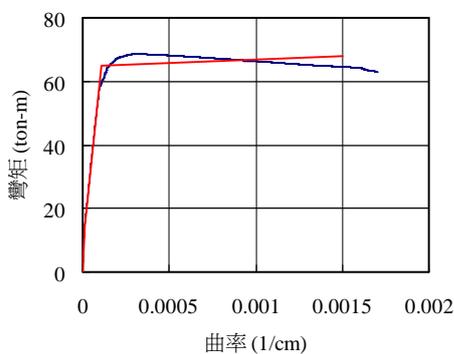


圖 16 一樓柱之彎矩曲率關係

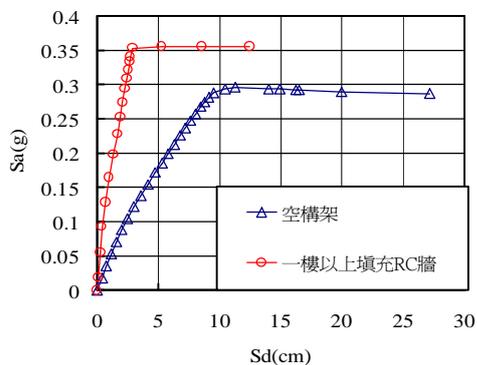


圖 17 分析例之容量震譜

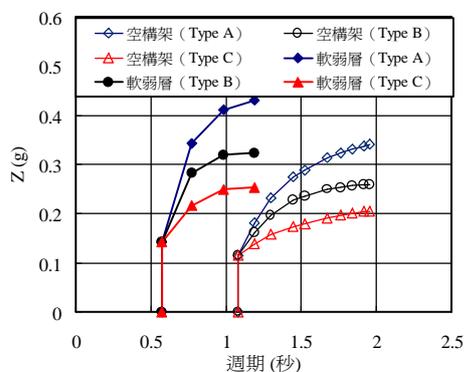


圖 18 結構基本週期與PGA之關係

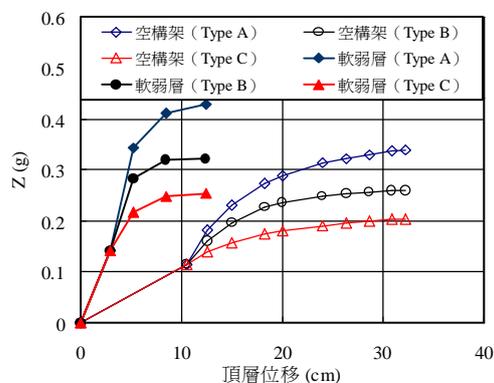


圖 19 頂層位移與PGA之關係